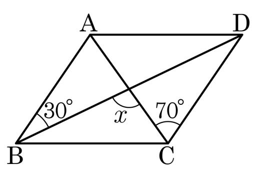
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ACD} = 70^\circ$, $\angle\mathrm{ABD} = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30° ② 50° ③ 70°

④ 80° ⑤ 100°

해설

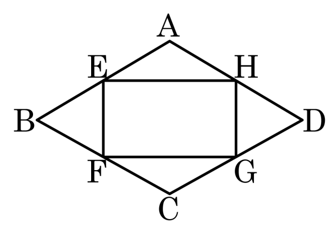
$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD} = 70^\circ$ 이고, $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{CDB} = 30^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle\mathrm{ACD} + \angle\mathrm{CDB}$

$= 70^\circ + 30^\circ$

$= 100^\circ$

2. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{\text{㉠}}$ 임을 밝히는 과정이다. ㉠~㉤을 바르게 채우지 못한 것은?



△AEH≡ $\boxed{\text{㉡}}$ (SAS 합동)

∴ ∠AEH = ∠AHE = $\boxed{\text{㉢}}$ = ∠CGF

△BEF ≡ △DHG ($\boxed{\text{㉣}}$ 합동)

∴ ∠BEF = ∠BFE = ∠DHG = $\boxed{\text{㉤}}$

즉, □EFGH 에서 ∠E = ∠F = ∠G = ∠H

따라서, □EFGH 는 $\boxed{\text{㉠}}$ 이다.

① ㉠: 정사각형 ② ㉡: △CFG ③ ㉢: ∠CFG

④ ㉣: SAS ⑤ ㉤: ∠DGH

해설

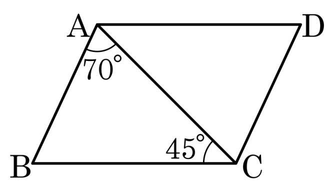
마름모의 각 변의 중점을 연결하면 직사각형이 된다.

△AEH 와 △CFG 가 SAS 합동이고,

△BEF 와 △DHG 는 SAS 합동이므로 ∠E = ∠F = ∠G = ∠H 이다.

따라서 □EFGH 는 직사각형이다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 70°$, $\angle ACB = 45°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.

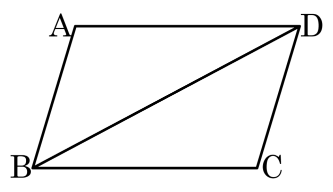


▶ 답: ______ °

▷ 정답: 65 °

해설
$\angle ABC = 180° - 70° - 45° = 65°$
$\therefore\ \angle ABC = \angle ADC = 65°$

4. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 않은 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ 삼각형ABD와 삼각형CDB
의 공통부분이 된다.
㉡$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고
㉢$\overline{AD} = \overline{CB}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣SAS 합동)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ (㉤엇각)
$\therefore \overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}, \overline{AD} \,/\!/\, \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

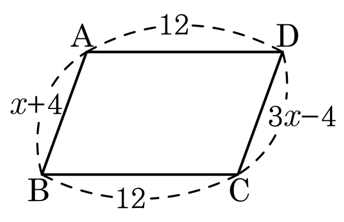
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ SSS 합동

5. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값은?

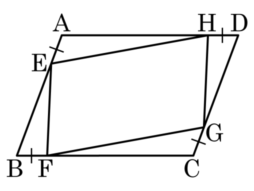


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+4=3x-4$이므로 $x=4$이다.

6. □ABCD 가 평행사변형이고, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 도 평행사변형이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

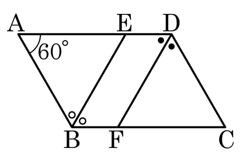


① △AEH ≡ △CGF
② △DGH ≡ △BEF
③ $\overline{EF} = \overline{HG}$
④ $\overline{EH} = \overline{AH}$
⑤ ∠EFG = ∠EHG

해설

△AEH ≡ △CGF (SAS 합동) 이므로 $\overline{EH} = \overline{FG}$
△DGH ≡ △BEF (SAS 합동) 이므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$
따라서 □EFGH 는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 평행사변형이다.

7. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



① 60° ② 80° ③ 100°

④ 120° ⑤ 140°

해설

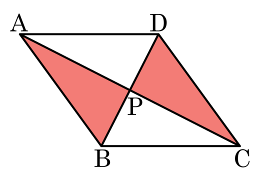
사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.

사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$

$\therefore \angle BFD = 120°$

8. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 70cm^2 일 때, $\triangle\text{ABP} + \triangle\text{DPC}$ 의 넓이를 구하여라.



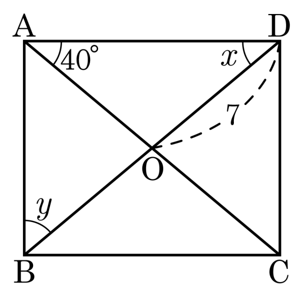
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $35\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{DPC} = \square\text{ABCD} \times \frac{1}{2}$$
$$= 70 \times \frac{1}{2} = 35(\text{cm}^2)$$

9. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



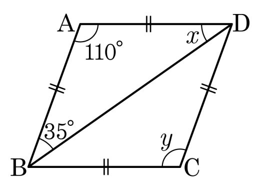
▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\triangle$OAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = 40°$ 이다. $\angle$AOB $= 80°$ 이다. $\triangle$OAB 는 이등변삼각형이므로 $(180° - 80°) \div 2 = 50° = \angle y$ 이다. $\angle x + \angle y = 40° + 50° = 90°$ 이다.

10. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?

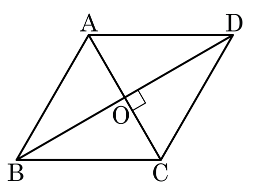


① 135 ② 140 ③ 145
④ 150 ⑤ 155

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $x = 35°$
$y = \angle BAD$
$\angle BAD = 180° - (35° + 35°) = 110°$
따라서 $y = 110°$ 이고, $\angle x + \angle y = 35° + 110° = 145°$ 이다.

11. 평행사변형의 두 대각선이 직교하면 마름모가 됨을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



$\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 라고 가정하자.
□ABCD 가 평행사변형이므로
㉠ $\overline{AB} = \overline{CD}$, ㉡ $\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ⓐ
$\triangle AOB$ 와 $\triangle AOD$ 에서
㉢ $\overline{OB} = \overline{OD}$, $\overline{OA}$ 는 공통
$\angle AOB = \angle AOD$
이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (㉣ <u>RHA</u> 합동)
㉤$\therefore$ $\overline{AB} = \overline{AD} \cdots$ ⓑ
ⓐ,ⓑ에 의하여 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 □ABCD 는 마름모이다.

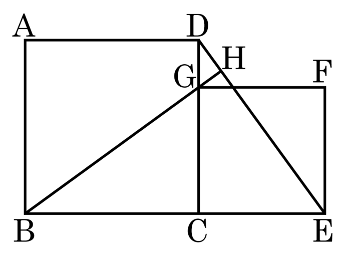
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ <u>RHA</u> 합동 ⇒ SAS 합동

12. 다음 그림에서 $\square$ABCD, $\square$GCEF 가 정사각형이고 $\overline{BG}$ 의 연장선이 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 H 라고 할 때, $\angle$BHE 의 크기로 알맞은 것은?



① $60°$ ② $70°$ ③ $80°$ ④ $90°$ ⑤ $100°$

해설

$\triangle GBC \equiv \triangle EDC$ (SAS 합동)

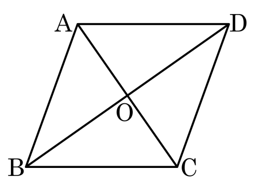
$\therefore \angle GBC = \angle EDC$

$\triangle EDC$ 에서 $\angle EDC + \angle DEC = 90°$

$\angle GBC + \angle DEC = 90°$ 이므로

$\angle GHE = 90° = \angle BHE$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle OAB = \angle OBA = \angle OBC$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.

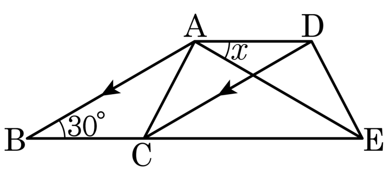


① 사다리꼴 ② 직사각형
③ 정사각형 ④ 마름모
⑤ 평행사변형

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
△OAB 는 이등변삼각형이므로
$\overline{OA} = \overline{OB} \Leftrightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$
→ □ABCD 는 직사각형
$\angle OBA = \angle ODC$ 이므로
$\overline{BC} = \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
→□ABCD 는 마름모
∴ □ABCD 는 직사각형이자 마름모 이므로 정사각형이다.

14. 다음 그림의 □ACED 가 $\overline{AD} // \overline{CE}$ 인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



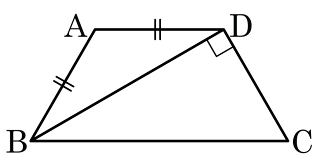
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle DAC$ 에서
$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$ 는 공통
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)
$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$
$\overline{AD} // \overline{CE}$ 이므로
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로
$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)
$\therefore \ \angle x = 30°$

15. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 90^\circ$ 일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad}$ °

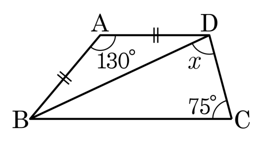
▷ 정답: $\underline{60}$ °

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 90^\circ$ 이므로, $\angle C = 60^\circ$

16. □ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x 의 크기는?

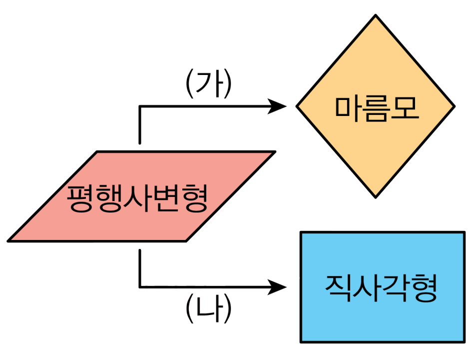


① $65°$　② $68°$　③ $70°$
④ $75°$　⑤ $80°$

해설

$\angle DBA = \angle ADB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$
$x = 180° - (25° + 75°) = 80°$

17. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 ㈎를 붙이면 마름모가 되고, ㈏를 붙이면 직사각형이 된다. ㈎, ㈏에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?

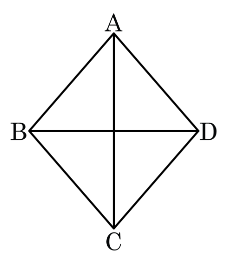


① ㈎ 이웃하는 대변의 길이가 같다. ㈏ 한 내각의 크기가 직각이다.
② ㈎ 두 대각선의 길이가 같다. ㈏ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
③ ㈎ 이웃하는 두 각의 크기가 같다. ㈏ 한 내각의 크기가 직각이다.
④ ㈎ 한 내각의 크기가 직각이다. ㈏ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
⑤ ㈎ 두 대각선이 서로 수직이다. ㈏ 두 대각선의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

18. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.
㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.
㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

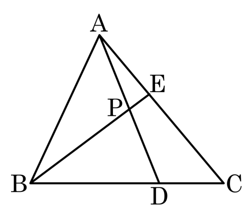
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

19. 다음 그림 $\triangle ABC$에서 $\overline{DP} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$이다. $\triangle ABP$의 넓이가 $10\,cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



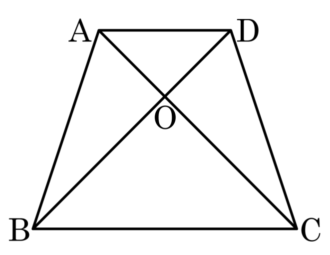
① $\dfrac{112}{5}\,cm^2$　② $\dfrac{113}{4}\,cm^2$　③ $\dfrac{125}{3}\,cm^2$
④ $\dfrac{123}{11}\,cm^2$　⑤ $\dfrac{133}{7}\,cm^2$

해설

$\triangle ABD = 10 \times \dfrac{5}{2} = 25$

$\therefore\ \triangle ABC = 25 \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{125}{3}$

20. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{CO} = 1 : 2$ 이고 사다리꼴 ABCD 의 넓이가 27cm^2 일 때, $\triangle$ABO 의 넓이는?



① 6cm^2　② 7cm^2　③ 8cm^2
④ 9cm^2　⑤ 10cm^2

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 2 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 2a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 2a$, $1 : 2 = 2a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 4a$
$\square ABCD = a + 2a + 2a + 4a = 9a = 27\text{cm}^2$, $a = 3\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle ABO = 2a = 6\text{cm}^2$