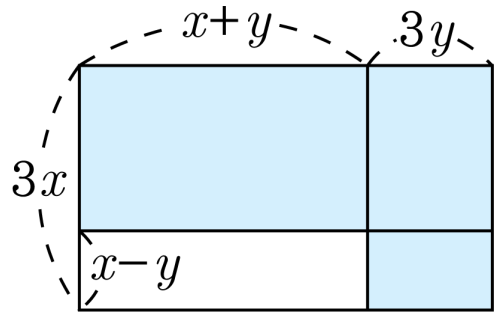
1. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$$
$$=3x^2+12xy-x^2+y^2$$
$$=2x^2+12xy+y^2$$

2. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$

② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$

③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설

① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

3. $a = 2004,\ b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

4. $a^2+b^2+c^2=9,\ ab+bc+ca=9,\ a+b+c$의 값은?

① $-3\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{3}$ ③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$
$$= 9+18 = 27$$

$\therefore\ a+b+c = \pm 3\sqrt{3}$

5. 2가 아닌 모든 실수 x에 대하여 $\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}$의 값이 항상 일정하도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a-b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}=k$라 하면

$ax^2+4x+b=k(x-2)$

$ax^2+(4-k)x+b+2k=0$

x에 대한 항등식이므로

$a=0$

$4-k=0$에서 $k=4$

$b+2k=0$에서 $b=-8$

$\therefore\ a-b=8$

해설

주어진 식이 모든 x에 대해 일정한 값을 가지려면

분자인 ax^2+4x+b가 분모인 '$x-2$' 만을 인수로 가져야 한다.

즉, 분자가 $k(x-2)$가 되어야 한다.

$\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}=\dfrac{4(x-2)}{x-2}=4$

$\therefore a=0,\ b=-8$에서 $a-b=8$

6. 임의의 실수 x에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면? (단, a, b, c, d는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=0$을 대입하면 $a=2$

$x=1$을 대입하면 $b=-2$

$x=2$을 대입하면 $c=1$

3차항은 없으므로$d=0$

$\therefore\ a+b+c+d=1$

7. $(m^2-4)x-1=m(3x+1)$를 만족하는 x가 없도록 하는 상수 m의 값은?

① -1 ② -2 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(m^2-3m-4)x-1-m=0$의 해가 없으므로

$m^2-3m-4=0$ 이고 $-m-1\neq 0$

$\therefore m=4$

8. $x+y+z=0,\ 2x-y-7z=3$을 동시에 만족시키는 x, y, z에 대하여 $ax^2+by^2+cz^2=1$이 성립할 때, $a+b+c$의 값을 구하면?

① 11 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 4

해설

(i) $x+y+z=0,\ 2x-y-7z=3$에서
$x,\ y$를 z에 대하여 나타내면
$x=2z+1,\ y=-3z-1$

(ii) $x=2z+1,\ y=-3z-1$을 $ax^2+by^2+cz^2=1$에 대입하여 정리하면
$(4a+9b+c)z^2+2(2a+3b)z+(a+b-1)=0$
$\therefore\ 4a+9b+c=0,\ 2a+3b=0,\ a+b-1=0$
$\therefore\ a=3,\ b=-2,\ c=6$
$\therefore\ a+b+c=7$

9. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는

$(a-b+16)x+4b-8$

$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots$ ㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로,

$a-b+16=3,\ 4b-8=4$

$\therefore\ a=-10,\ b=3$

$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

10. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3을 $(x-1)^2$을 나누었을 때 나머지가 $2x+1$이 되도록 상수 $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로

x^3+ax^2+bx+3

$=(x-1)^2(x+k)+2x+1$

$=x^3+(k-2)x^2+(3-2k)x+k+1$

양변의 계수를 비교하면

$a=k-2,\ b=3-2k,\ 3=k+1$

$k=2$이므로 $a=0,\ b=-1$

$\therefore\ a-b=0-(-1)=1$

11. 등식 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$ 이 x에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20}$ 의 값은?

① -2^{10} ② -2^9 ③ 0 ④ 2^9 ⑤ 2^{10}

해설

$(1+2x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20} \cdots$ ㉠

㉠은 x에 대한 항등식이므로 x에 어떤 실수 값을 대입해도 항상 성립한다.

㉠의 양변에 $x = 1$을 대입하면

$2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{19} + a_{20} \cdots$ ㉡

㉠의 양변에 $x = -1$을 대입하면

$(-2)^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{19} + a_{20} \cdots$ ㉢

㉡ + ㉢을 하면

$2^{10} + (-2)^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$

$2 \times 2^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$

$\therefore\ a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20} = 2^{10}$

12. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 일차식 $x - 2$로 나눌 때의 나머지는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$$
$$= (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore\ f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6$$
$$= 8 - 8 + 10 - 6$$
$$= 4$$

$$\therefore\ R = 4$$

13. 두 다항식 $f(x)=x^2+3x+a$, $g(x)=x^3+ax$를 $x+2$로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-2$

해설

$f(x)=x^2+3x+a$, $g(x)=x^3+ax$에서
$f(-2)=g(-2)$이므로
$4-6+a=-8-2a$
$\therefore\ a=-2$

14. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$

④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$$
$$=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

15. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$이 $x^2 - 3x + 2$로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$, $x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$ 즉, $a + b = 0 \cdots$ ㉠

$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0$ 즉, $4a + 2b = -7 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡으로부터 $a = -\frac{7}{2}$, $b = \frac{7}{2}$

$\therefore a + b = 0$