**1.** 다항식 $x^3 - 2$를 $x^2 - 2$로 나눈 나머지는?

① $2$  ② $-2$  ③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$  ⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

$\therefore$ 몫은 $x$, 나머지는 $2x - 2$

**2.** $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, $x^2$과 $x^3$의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$
$= x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$
($x^2$의 계수)=($x^3$의 계수)=0이므로
$ab+2=0,\ a+2=0$
따라서 $a=-2,\ b=1$
$\therefore a+b=-1$

**3.** 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$ ② $c - a$ ③ $b + c$

④ $a - b$ ⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

**4.** $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 $a, b$의 값은?

① $a=12,\ b=9$
② $a=-12,\ b=9$
③ $a=12,\ b=-9$
④ $a=-12,\ b=-9$
⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

**5.** 두 복소수 $z_1 = 1+(a-2)i$ , $z_2 = (b-2)-ai$ 에 대하여 $z_1+(2-4i) = z_2$ 가 성립할 때, 실수 $a$, $b$ 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=8$

해설

$z_1 = 1+(a-2)i$ , $z_2 = (b-2)-ai$ 를
$z_1+(2-4i) = z_2$ 에 대입하면
$1+(a-2)i+(2-4i) = (b-2)-ai$
$3+(a-6)i = (b-2)-ai$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$3 = b-2$ , $a-6 = -a$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$b = 5,\ a = 3$
$\therefore\ a+b = 8$

**6.** $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, $j^{2012}$ 의 값은?

① $1$ ② $-1$

③ $\sqrt{-1}$ ④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$

$\therefore\ j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$

**7.** $x$에 대한 일차방정식 $(a^2+3)x+1=a(4x+1)$ 의 해가 무수히 많을 때, $a$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$(a^2+3-4a)x=a-1$

모든 $x$에 대해 성립하려면

$a^2-4a+3=0,\ a-1=0$

공통근 : $a=1$

**8.** 이차방정식 $x^2+(m+1)x+m+4=0$이 중근을 가질 때, 모든 실수 $m$의 값의 합을 구하면?

① $-3$ ② $0$ ③ $2$ ④ $3$ ⑤ $5$

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D=0$

$D=(m+1)^2-4\cdot1\cdot(m+4)=m^2-2m-15=0$

$(m-5)(m+3)=0 \quad \therefore\ m=-3,\ 5$

$\therefore\ m$의 값의 합은 $-3+5=2$

**9.** 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터
$\alpha + \beta = 3,\ \ \alpha\beta = 1$
$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
$= 27 - 9 = 18$

**10.** 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 $x$축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a, b$는 실수)

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$

$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$

이 때, $a, b$가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$ 이므로

$a^2 + b^2 = 5$

**11.** 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3\ (0 \le x \le 3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $-4$ ② $-3$ ③ $-2$ ④ $-1$ ⑤ $0$

해설

$y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$ 에서
$x = 1$ 일 때 최솟값 : $-4$,
$x = 3$ 일 때 최댓값 : $0$
최댓값 + 최솟값 $= -4$

**12.** 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$ 을 풀면?

① $x = \pm 1,\quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$　　② $x = \pm 2,\quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$

③ $x = \pm 1,\quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$　　④ $x = \pm 2,\quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $x = \pm 2,\quad x = 3 \pm \sqrt{2}i$

해설

조립제법을 이용한다.

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 1 & -2 & 2 & 2 & -3 \\
 & & 1 & -1 & 1 & 3 \\
\hline
-1 & 1 & -1 & 1 & 3 & \boxed{0} \\
 & & -1 & 2 & -3 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

$\Rightarrow \quad (x-1)(x+1)(x^2 - 2x + 3) = 0$

$\therefore x = \pm 1,\quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

**13.** $x^3-1=0$의 한 허근을 $\omega$라 할 때, $\omega^3+\overline{\omega}^3$의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$는 $\omega$의 켤레복소수이다.)

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)=0$

$x=1$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$를 $\omega$라 하면

$\overline{\omega}=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\therefore\ \omega^3=1,\ \overline{\omega}^3=1,\ \omega^3+\overline{\omega}^3=2$

**14.** 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 $x$, $y$, $z$를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\begin{cases} x+y=1 \cdots ㉠ \\ y+z=3 \cdots ㉡ \\ z+x=4 \cdots ㉢ \end{cases}$

㉠ + ㉡ + ㉢ $\Rightarrow 2(x+y+z)=8$

$x+y+z=4 \cdots$ ㉣

㉣ − ㉠ $\Rightarrow z=3$

㉣ − ㉡ $\Rightarrow x=1$

㉣ − ㉢ $\Rightarrow y=0$

$\therefore x^2+y^2+z^2=10$

**15.** 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 $x,\ y$에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② $4$ ③ $-3\sqrt{2}$

④ $-4$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$에서

$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2,\ y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2},\quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

**16.** 두 실수 $x, y$ 에 대하여 $\sqrt{x+3}\sqrt{y-3} = -\sqrt{(x+3)(y-3)}$ 이 성립할 때, $|x+3| - |y-3| + \sqrt{(x+y)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2x-6$　② $-2x-2y$　③ $0$
④ $2y-6$　⑤ $2x+2y$

**해설**

$\sqrt{x+3}\sqrt{y-3} = -\sqrt{(x+3)(y-3)}$ 에서
$x+3 \le 0,\ y-3 \le 0 \rightarrow x+y \le 0$
$|x+3| - |y-3| + \sqrt{(x+y)^2}$
$= |x+3| - |y-3| + |x+y|$
$= -(x+3) + (y-3) - (x+y)$
$= -x-3+y-3-x-y$
$= -2x-6$

**17.** 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $m$은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$x^2 - x + m = 0$의 한 근이 2이므로
$x = 2$를 대입하면
$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$
따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$이다.
이 방정식을 풀면
$(x - 2)(x + 1) = 0$에서 $x = 2$ 또는 $x = -1$
이므로 다른 한 근은 $-1$이다.

**18.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2+(2m+a+b)x+m^2+ab=0$이 $m$의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2+(2m+a+b)x+m^2+ab=0$

항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D=0$

$D=(2m+a+b)^2-4(m^2+ab)=0$

$4m^2+a^2+b^2+4ma+2ab+4mb-4m^2-4ab=0$

$m$에 관해 식을 정리하면

$(4a+4b)m+(a^2-2ab+b^2)=0$

$4a+4b=0, \quad a^2-2ab+b^2=0$

$\therefore a+b=0$

**19.** 이차방정식 $9x^2-2kx+k-5=0$의 두 근의 차가 2일 때, 실수 $k$값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

작은 근을 $\alpha$라 하면, 큰 근은 $\alpha+2$이므로

$\alpha+\alpha+2=\dfrac{2k}{9}$ ······㉠

$\alpha(\alpha+2)=\dfrac{k-5}{9}$ ······㉡

㉠에서 $\alpha=\dfrac{k}{9}-1$,

이것을 ㉡에 대입하면

$k^2-9k-36=0$, $(k-12)(k+3)=0$

$\therefore\ k=12,\ -3$

해설

두 근의 차 공식을 이용하면,

$\dfrac{\sqrt{(2k)^2-4\cdot 9(k-5)}}{|9|}=2$에서

$\sqrt{4k^2-36(k-5)}=18$

양변을 제곱하여 정리하면,

$k^2-9k-36=0\ \therefore\ k=12,\ -3$

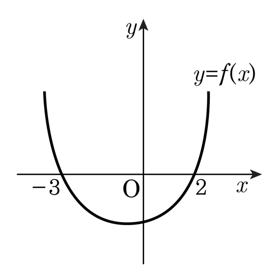
**20.** 이차함수 $y = x^2 - 8x + k$ 의 그래프가 $x$ 축과 서로 두 점에서 만날 때, 자연수 $k$ 의 개수는?

① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개 ④ 13 개 ⑤ 15 개

해설

그래프가 $x$ 축과 두 점에서 만나려면
$x^2 - 8x + k = 0$ 의 판별식이 0 보다 커야한다.
$\Rightarrow D' = 4^2 - k > 0$
$\Rightarrow k < 16$
$\therefore$ 자연수 $k$ 의 개수 : 15 개

**21.** 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



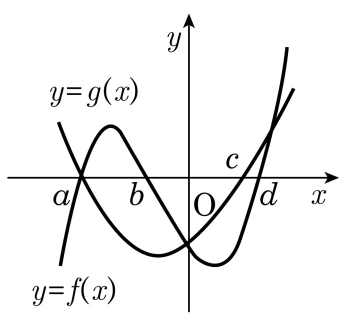

① 1 개　　② 2 개　　③ 3 개

④ 4 개　　⑤ 5 개

해설

주어진 그래프에서 $f(-3)=0,\ f(2)=0$ 이므로
방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 근은
( i ) $x^2-1=-3$ 일 때, $x^2=-2 \quad \therefore\ x=\pm\sqrt{2}i$
( ii ) $x^2-1=2$ 일 때, $x^2=3 \quad \therefore x=\pm\sqrt{3}$
( i ), ( ii ) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개이다.

**22.** 두 개의 방정식 $f(x)=0$ , $g(x)=0$ 을 좌표평면에 나타내었더니 다음 그림과 같았다. 이 때, 다음 중 $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=0$를 만족하는 것을 고르면?




① $a$ ② $a, b$ ③ $a, c$

④ $a, b, d$ ⑤ $a, b, c, d$

해설

$f(x)=0$, $g(x)=0$를 모두 만족하는 것은 $a$ 이다.
($\because$ 실수 $a$, $b$ 에 대하여 $a^2+b^2=0$ 이면
$a=0$ 이고 $b=0$ 이다.)

**23.** 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 4a - 4$ 의 최댓값을 $M$ 이라 할 때, $M$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8$

해설

$y = -x^2 - 2ax + 4a - 4 = -(x+a)^2 + a^2 + 4a - 4$
이므로 $x = -a$ 일 때 최댓값 $a^2 + 4a - 4$ 를 가진다.
$\therefore M = a^2 + 4a - 4 = (a+2)^2 - 8$
따라서 $M$ 은 $a = -2$ 일 때 최댓값 $-8$ 을 가진다.

**24.** 세 자연수 $x,\ y,\ z$에 대하여

$$\begin{cases} 18x-24y+7z=0 \\ 2x-3y+z=0 \end{cases}$$ 인 관계가 있다.

$x,\ y,\ z$의 최소공배수가 240일 때, $x+y+z$의 값은?

① 220 ② 230 ③ 240 ④ 250 ⑤ 260

해설

$18x-24y+7z=0 \cdots$ ㉠

$2x-3y+z=0 \cdots$ ㉡

㉠ $-$㉡ $\times 7$을 하면 $4x-3y=0$

$\therefore\ y=\dfrac{4}{3}x$

㉠ $-$㉡ $\times 8$을 하면 $2x-z=0$

$\therefore\ z=2x$

$\therefore\ x\ :\ y\ :\ z=x\ :\ \dfrac{4}{3}x\ :\ 2x=3\ :\ 4\ :\ 6$

$x=3k,\ y=4k,\ z=6k$($k$는 자연수)라고 놓으면

최소공배수는 $12k$이고 $12k=240$에서

$k=20,\ x=60,\ y=80,\ z=120$

$\therefore\ x+y+z=260$

**25.** 이차방정식 $2x^2-5x+k=0$ 의 근이 유리수가 되는 $k$ 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식D $\geq 0$ 이어야 한다.

$D=25-8k\geq 0$ 곧, $k\leq\frac{25}{8}$ 이어야 한다.

$k$ 는 정수이므로 $k=3,\ 2,\ 1,\ \cdots$ 이고,

이 중 $D\geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k=3$ 이다.