

1. 다음 중 유리수가 아닌 것은?

- ① $\frac{7}{25}$ ② 0 ③ 3 ④ -2.5 ⑤ π

해설

$0 = \frac{0}{1}$, $3 = \frac{3}{1}$, $-2.5 = -\frac{5}{2}$ 으로 변형되므로 ①, ②, ③, ④는 유리수이다.

2. 분수 $\frac{1}{5 \times a}$ 가 유한소수가 될 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
(정답 3개)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어지면 유한소수이므로
4, 5가 a 값이면 $\frac{1}{5 \times a}$ 은 유한소수가 된다.

3. 다음 중 순환마디를 바르게 표현한 것은?

① $0.1232323\cdots$, 123

② $1.351351\cdots$, 135

③ $2.573573\cdots$, 57

④ $3.461461\cdots$, 4614

⑤ $10.462462\cdots$, 462

해설

① 23

② 351

③ 573

④ 461

⑤ 462

4. 다음 순환소수 $1.4\overline{35}$ 를 분수로 나타내려고 한다. $x = 1.4\overline{35}$ 라 할 때, 필요한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$x = 1.4\overline{35} = 1.4353535\cdots$ 이므로 분수로 나타내기 위한 식은 $1000x - 10x$ 이다.

5. 다음 수 중에서 1 에 가까운 순으로 쓴 것은?

㉠ 1.i ㉡ 1.0i ㉢ 1.0i ㉣ 1.0i

① ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣ ② ㉡ → ㉠ → ㉢ → ㉣

③ ㉢ → ㉠ → ㉣ → ㉡ ④ ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢

⑤ ㉢ → ㉣ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ 1.1111...

㉡ 1.0111...

㉢ 1.010101...

㉣ 1.01

∴ ㉢ → ㉣ → ㉡ → ㉠의 순서이다.

6. 순환소수 $1.\dot{1}5$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 3 ② 9 ③ 33 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.\dot{1}5 = \frac{115 - 1}{99} = \frac{38}{33} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 33 \text{ 이다.}$$

7. $\frac{12}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 에 자연수 a 를 곱한 결과는 유한소수로 나타낼 수 있다고 한다. 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{12}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times a = \frac{1}{3 \times 5} \times a$ 가 유한소수가 되기 위해서는 a 는 3의 배수이어야 한다.
따라서 3의 배수인 것은 ③이다.

8. 분수 $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때, a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① 3 ② 7 ③ 14 ④ 36 ⑤ 42

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수이기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다. 그런데 분자에 $21 = 3 \times 7$, 즉 소인수 3과 7이 있으므로 분모에 2나 5이외에 3 또는 7이 하나씩 더 있어도 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 3} = \frac{7}{2^2 \times 5}$ (유한소수)

② $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{2^2 \times 5}$ (유한소수)

③ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 14} = \frac{3}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

④ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 36} = \frac{7}{2^4 \times 3 \times 5}$ (무한소수)

⑤ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 42} = \frac{1}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

9. $\frac{9}{16}$ 를 유한소수로 나타내는 과정이다.

$\frac{9}{16} = \frac{9}{2^4} = \frac{9 \times A}{2^4 \times A} = \frac{B}{10^C}$ 라 할 때 $B - A + C$ 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5004

해설

$\frac{9}{16} = \frac{9}{2^4}$ 의 분자, 분모에 5^4 을 곱하면

$$\frac{9 \times 5^4}{2^4 \times 5^4} = \frac{5625}{10000} = \frac{5625}{10^4}$$

$\therefore A = 5^4 = 625, B = 5625, C = 4$

$$B - A + C = 5625 - 625 + 4 = 5004$$

10. 분수 $\frac{7}{5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 20

해설

$12 = 2^2 \times 3$, 3 이 있으므로 무한소수가 된다.

11. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\frac{27}{110} = 0.24\dot{5}$$

$$x = 45$$

$$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$$

$$y = 6$$

$$x - y = 39$$

12. 기약분수 $\frac{x}{12}$ 를 소수로 나타내면 $0.41666\dots$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} 0.41666\dots &= 0.41\dot{6} = \frac{375}{900} \\ \frac{375}{900} &= \frac{x}{12} \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

13. 다음 중 순환소수 $x = 1.3\overline{27}$ 를 분수로 고치는데 필요한 가장 적당한 식은?

- ① $100x - x$ ② $100x - 10x$ ③ $1000x - 10x$
④ $1000x - 100x$ ⑤ $10000x - 100x$

해설

$x = 1.327$ 에서 $x = 1.3272727\cdots$

$$\begin{array}{r} 1000x = 1327.2727\cdots \\ -) 10x = 13.2727\cdots \\ \hline 990x = 1314 \end{array}$$

등식의 성질에 의해 $1000x - 10x = 1314$
이와 같이 해야 소수점 이하 부분이 없어진다.

14. 다음을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$3.2\dot{3} + 0.\dot{5}x = \frac{7}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{12}{25}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{291}{90} + \frac{5}{9}x &= \frac{7}{2} \\ 291 + 50x &= 315 \\ 50x &= 24 \\ \therefore x &= \frac{12}{25} \end{aligned}$$

15. 자연수 x, y 에 대하여 $0.3\bar{0}x = \frac{y}{330}$ 일 때, 이 조건을 만족시키는 x, y 에 대하여 $x \times y$ 의 값을 구하여라. (단, $xy < 500$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

$$0.3\bar{0}x = \frac{300 + x - 3}{990} = \frac{297 + x}{990}$$

$$\frac{y}{330} = \frac{y \times 3}{330 \times 3} = \frac{3y}{990}$$

$$\text{즉, } \frac{297 + x}{990} = \frac{3y}{990} \text{ 이므로 } 297 + x = 3y$$

이때, $3y$ 는 3 의 배수이므로 $297 + x$ 도 3 의 배수이어야 한다.

따라서, $0 < x \leq 9$ 인 정수이므로 $x = 3, 6, 9$ 이다.

$$x = 3 \text{ 일 때, } y = 100$$

$$x = 6 \text{ 일 때, } y = 101$$

$$x = 9 \text{ 일 때, } y = 102$$

$$\therefore x \times y = 300 (\because xy < 500)$$

16. $0.\dot{5}\dot{6} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.3\dot{2} = b \times 0.\dot{0}\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 15 ② 17 ③ 21 ④ 25 ⑤ 27

해설

$$\begin{aligned} \frac{56}{99} &= a \times \frac{1}{99} \\ \therefore a &= 56 \\ \frac{29}{90} &= b \times \frac{1}{90} \\ \therefore b &= 29 \\ \therefore a - b &= 56 - 29 = 27 \end{aligned}$$

18. $\frac{12}{a}$ 를 소수로 고치면 소수 첫째 자리의 수가 2 인 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 더한 것은? (단, $a > 12$)

- ① 142 ② 146 ③ 150 ④ 154 ⑤ 158

해설

$$\frac{12}{a} = 0.2 \times \dots \text{ 이고,}$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{12}{60}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{12}{40} \text{ 이므로 } a = 48, 50, 60 \text{ 이다.}$$

19. $\frac{20}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 20 번째 자리의 숫자와 소수 30 번째 자리의 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{20}{7} = 2.857142857142\dots$ 이므로 6개의 숫자가 반복된다. $20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 20 번째 자리의 숫자는 5 이고 $30 = 6 \times 5 + 0$ 이므로 30 번째 자리의 숫자는 2 이다. 따라서 합은 7 이다.

20. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15 ② 16 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

21. $\frac{1}{2} < 0.A < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \frac{9}{2} < A < 6$$

$$\therefore A = 5$$

22. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$$0.\dot{3} + 0.0\dot{2} = \frac{3}{9} + \frac{2}{90} = 0.3\dot{5} \quad \therefore a = 3, b = 5$$

$$0.\dot{b} - 0.0\dot{a} = 0.5 - 0.0\dot{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{90} = \frac{47}{90} = 0.5\dot{2}$$

23. 분수 $\frac{27}{333}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 81

해설

$$\frac{27}{333} \times (10^3 - 1) = \frac{27}{333} \times 999 = 27 \times 3 = 81$$

24. $x = \frac{k}{24}$ (단, x 는 자연수가 아니고, k 는 100 이하의 자연수)일 때, x 가 유한소수가 되기 위한 k 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$\frac{k}{24} = \frac{k}{2^3 \times 3}$: 유한소수이려면 k 는 3의 배수
따라서, $33 - 4 = 29$

25. 분수 $\frac{7a}{130}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고 이 분수를 기약분수로 나타내면 분자는 4의 배수가 된다고 한다. 이 때, 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 104

해설

$\frac{7a}{130} = \frac{7a}{2 \times 5 \times 13}$ 이므로 유한소수가 되기 위해서는 a 가 13의 배수가 되어야 한다.

또한 분모에 소인수 2를 가지고 있으므로 기약분수로 만들었을 때, 분자가 4의 배수가 되려면 13과 8을 인수로 가지고 있어야 한다.

따라서 a 는 8과 13의 공배수 이어야 한다.

따라서 자연수 a 의 최솟값은 8과 13의 최소공배수이다.

$\therefore 8 \times 13 = 104$

26. 분수 $\frac{a}{120}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이 될 때, 양의 정수 a 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. (단, $a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

분모가 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 a 는 3의 배수이고, 기약분수로 고쳤을 때 $\frac{3}{b}$ 이므로 a 는 9의 배수가 된다. 따라서 a 의 최댓값은 90, a 의 최솟값은 9가 된다.

$$\therefore 90 - 9 = 81$$

27. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만들 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bcd \text{ 에서}$$

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를

일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으

므로

$$\text{총 } (1 + 2 + 3 + 4) \times 6 = 60 \text{ 이다.}$$

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.

28. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리

② 5 자리

③ 6 자리

④ 7 자리

⑤ 8 자리

해설

$$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}5384\dot{6} = \frac{1153845}{999999}$$

$$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$$

29. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \dots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.384615$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \dots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$

30. 한자리 자연수 a, b, c 는 $a < b < c$ 이고 차례로 1 씩 증가한다고 한다. 이 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.0\dot{b}$ 가 차례로 일정한 크기의 수만큼 증가하여 만들어진다고 할 때, a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 6$

▷ 정답: $b = 7$

▷ 정답: $c = 8$

해설

$0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.0\dot{b}$ 에 대해 차례로 증가하는 일정한 크기의 수를 k 라고 하면,

$$k = \frac{10c + a}{99} - \frac{a}{9} = \frac{100 + b - 1}{99} - \frac{10c + a}{99} \text{ 이므로}$$

$$20c = 9a + b + 99 \cdots \textcircled{A}$$

$$a < b < c \text{ 이고 차례로 1 씩 증가하므로 } b = a + 1 \cdots \textcircled{B}$$

ⓐ을 ⓑ에 대입하면

$$20c = 9a + a + 1 + 99 = 10(a + 10)$$

$$2c = a + 10 \text{ 이고}$$

a, c 는 한자리 자연수이고 $c = a + 2$ 이므로, $a = 6, c = 8$ 따라서 $a = 6, b = 7, c = 8$ 이다.