

1. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$

② $-72a^7x^8$

③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$

⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

2. 다음 식이 x 에 대한 항등식이 되도록 A, B 의 값을 정할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x 에 대한 항등식이므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.

따라서 $x = -1$ 을 양변에 대입하면,

$$4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$$

$$-10 = 2B \quad \therefore B = -5$$

또, $x = 1$ 을 양변에 대입하면,

$$4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$$

$$-2 = 2A \quad \therefore A = -1$$

$$\therefore A = -1, B = -5$$

$$\therefore A + B = -6$$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,

$$4x - 6 = (A - B)x + A + B$$

$$\therefore A + B = -6$$

3. $(x-2)+3yi=0$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x-2=0, 3y=0$$

$$x=2, y=0 \rightarrow x+y=2$$

4. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
 $= -i + 1 + i - 1$
 $= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm \sqrt{-16} = \pm 4i$

5. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned}(a + b - c)(a - b + c) &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc\end{aligned}$$

6. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a+b)(a-b)(b+c)$

② $(a-b)(b-c)(c+a)$

③ $(a-b)(a+b)(b-c)$

④ $(a-b)(a+b)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b-c) - b^2(b-c) \\ &= (a-b)(a+b)(b-c) \end{aligned}$$

7. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

8. $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1 + i$

② $-1 - i$

③ 0

④ $1 + i$

⑤ $1 - i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}} \\ & \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \left(\frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}} \right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}} \\ & = \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \frac{1}{i} - 1 \\ & = \frac{1}{i} - 1 = -i - 1 \end{aligned}$$

9. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

공통근 : $a = 1$

10. x 에 대한 이차방정식 $(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값의 합은?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ 0

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (-2m)^2 - (m+3)(2m-1) = 0$$

$$4m^2 - (2m^2 + 5m - 3) = 0$$

$$2m^2 - 5m + 3 = 0$$

$$(m-1)(2m-3) = 0$$

$$\therefore m = 1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

$$\therefore 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

11. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1\end{aligned}$$

12. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$f(x) = x^2 + 3x + a, g(x) = x^3 + ax \text{에서}$$

$$f(-2) = g(-2) \text{이므로}$$

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

13. 다항식 $f(x)$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$ 일 때, $f(x)$ 를 $(2x-1)(3x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : $12x - 3$

해설

구하는 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ 을 각각 양변에 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3, \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $12x - 3$

14. 다항식 $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에 $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에 $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

15. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

16. $(x^2 - 8x + 12)(x^2 - 7x + 12) - 6x^2$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 - x + 2)(x^2 - 5x + 2)$

② $(x^2 - 5x + 12)(x^2 - 10x + 12)$

③ $(x^2 - 3x + 4)(x^2 - x + 2)$

④ $(x^2 + 3x + 12)(x^2 - 5x + 12)$

⑤ $(x^2 + x + 12)(x^2 - 2x + 12)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x^2 + 12) - 8x\}\{(x^2 + 12) - 7x\} - 6x^2 \\&= (x^2 + 12)^2 - 15x(x^2 + 12) + 50x^2 \\&= (x^2 + 12 - 5x)(x^2 + 12 - 10x) \\&= (x^2 - 5x + 12)(x^2 - 10x + 12)\end{aligned}$$

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 \pm i$ 를 대입하여 정리하면

$1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0$ 과

$a + b + (a + 2)i = 0$ 이다.

위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서

$a = -2, b = 2$ 이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켤레복소수 근을 갖는다.

따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$

근과 계수의 관계에서

$$-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$$

$$b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$$

18. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

19. $A = \{x|x^2 + ax + b = 0\} = \{1, \alpha\}$,
 $B = \{x|x^2 + bx + a = 0\} = \{-3, \beta\}$ 일 때,
 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

(i) A 에서 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $1, \alpha$

$$\therefore 1 + \alpha = -a, 1 \cdot \alpha = b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

B 에서 $x^2 + bx + a = 0$ 의 두 근이 $-3, \beta$

$$\therefore -3 + \beta = -b, -3\beta = a \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 a, b 를 소거하면

$$1 + \alpha = 3\beta, \alpha = 3 - \beta \quad \therefore \alpha = 2, \beta = 1$$

(ii) $\alpha^2 = 4, \beta^2 = 1$

$$x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2 = 0$$

$$\therefore x^2 - 5x + 4 = 0$$

$\therefore$ 두 근의 곱은 4

20. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 일 때 p, q 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차 방정식을 구하면?(단, p, q 는 유리수)

① $x^2 - x - 6 = 0$

② $x^2 + 2x - 8 = 0$

③ $x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - x - 12 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 3 = 0$

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = -1 + \sqrt{2}$$

$\therefore x^2 + px + q = 0$ 의 두 근은 $-1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$

$$-p = (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

$$q = (-1 + \sqrt{2})(-1 - \sqrt{2}) = -1$$

$p = 2, q = -1$ 이므로 $p + q = 1, pq = -2$

2, -1을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - x - 2 = 0$$