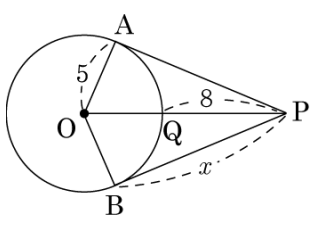
1. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. 이 때, x 의 값은?



① 9 ② 10 ③ 11

④ 12 ⑤ 13

해설

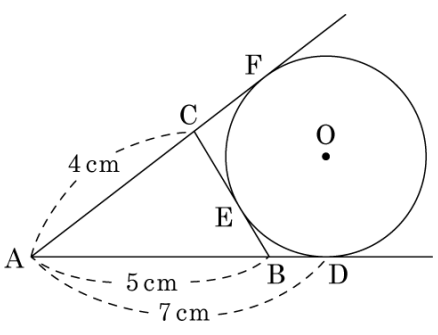
$\overline{PA} = \overline{PB}$

$\overline{AO} = 5$ 이므로 $\overline{PO} = 13$

$\angle A = 90°$ 이므로

$\overline{PA} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \quad \therefore \overline{PB} = 12$

2. 다음 그림에서 반직선AD, 반직선AF, 선분 BD는 모두 원 O의 접선이다. $\overline{BC}$의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{BE} = \overline{BD} = 7 - 5 = 2$ (cm)
$\overline{AF} = \overline{AD} = 7$ (cm)
$\overline{CE} = \overline{CF} = 7 - 4 = 3$ (cm)
$\overline{BC} = 2 + 3 = 5$ (cm)

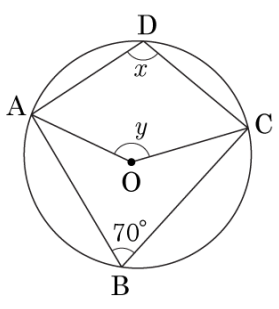
3. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 의 외접사각형일 때, x 의 길이는?

① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 이므로 $5 + x = 13 + 8 \therefore x = 16\,(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 가 원 O 에 내접할 때, $x+y$ 의 값은?



① $230\,^\circ$ ② $240\,^\circ$ ③ $250\,^\circ$

④ $260\,^\circ$ ⑤ $270\,^\circ$

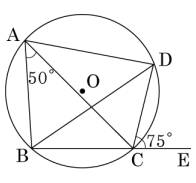
해설

$y = 70\,^\circ \times 2 = 140\,^\circ$

내접사각형에서 $x + 70\,^\circ = 180\,^\circ \therefore\ x = 110\,^\circ$

$\therefore\ x + y = 250\,^\circ$

5. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고, ∠BAC = 50°, ∠DCE = 75° 일 때, ∠DBC 의 크기는?

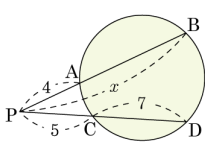


① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

∠DCE = ∠BAD = 75°
∠DAC = ∠DBC 이므로 ∠DBC = 75° − 50° = 25°

6. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하면?

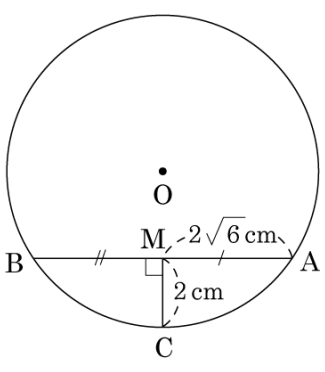


① $\frac{48}{5}$ ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로 $4 \times x = 5 \times (5+7),\ x = 15$

7. 다음을 그림을 참고하여 원 O 의 넓이를 구하면?



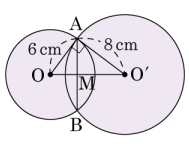
① $48\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $49\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $50\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $51\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $53\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$r^2 = (2\sqrt{6})^2 + (r-2)^2$
$r^2 = 24 + r^2 - 4r + 4$
$4r = 28$
$r = 7\ (\mathrm{cm})$
따라서 원의 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림에서 두 원 O, O 의 반지름의 길이는 각각 6cm , 8cm 이고 $\angle OAO' = 90°$ 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



① $\frac{48}{5}$cm ② $\frac{24}{5}$cm ③ $\frac{12}{5}$cm

④ 10cm ⑤ 14cm

해설

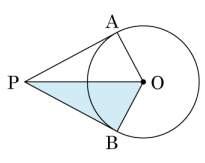
$\overline{OO'} = \sqrt{36+64} = 10$

$\triangle AOO' = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AM}$

$\therefore \overline{AM} = \frac{24}{5}$

$\overline{AB} = 2\overline{AM} = \frac{48}{5}$ (cm)

9. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP} = 9cm$, $\overline{OA} = 5cm$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



① $5\sqrt{7}cm^2$ ② $5\sqrt{14}cm^2$ ③ $\frac{5\sqrt{14}}{2}cm^2$

④ $2\sqrt{14}cm^2$ ⑤ $10\sqrt{7}cm^2$

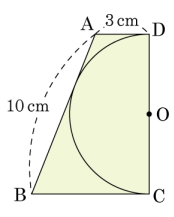
해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = 5cm$ 이고, $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(cm)$

$\overline{PA} = \overline{PB}$이므로 $\triangle OPB = 2\sqrt{14} \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{14}(cm^2)$

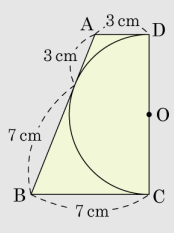
10. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



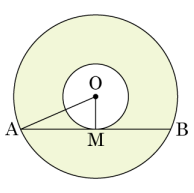
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설



11. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O 로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $48\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?

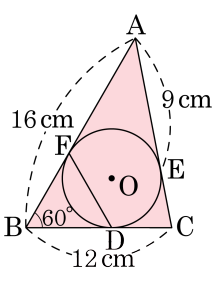


① $8\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\pi\text{cm}$
④ $4\sqrt{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

해설

큰 원의 반지름을 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 두면, $\text{R} = \overline{\text{OA}}, \text{r} = \overline{\text{OM}}$ 이다.
(색칠한 부분의 넓이) $= \pi\left(R^2 - r^2\right) = 48\pi$ 이므로 $R^2 - r^2 = 48$
$\overline{\text{AM}} = \sqrt{\overline{\text{OA}^2} - \overline{\text{OM}^2}} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$
$\overline{\text{AB}} = 2\overline{\text{AM}} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\angle B = 60°$, $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F 는 접점)

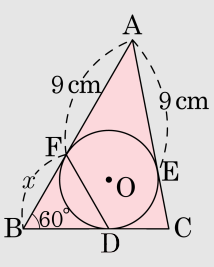


① $4\sqrt{3}\text{cm}$ ② 5cm ③ $5\sqrt{2}\text{cm}$

④ 7cm ⑤ $8\sqrt{2}\text{cm}$

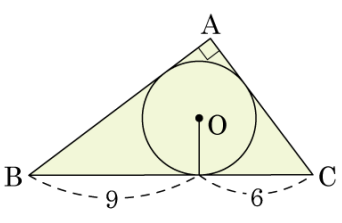
해설

$\overline{BF} = \overline{BD}$이므로 $\triangle BFD$는 정삼각형이다.
다음 그림에서



$x + 9 = 16$
$\therefore x = 7(\text{ cm})$

13. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



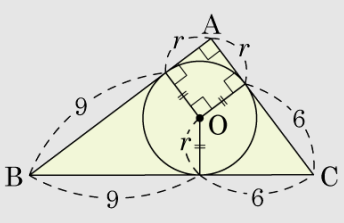
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

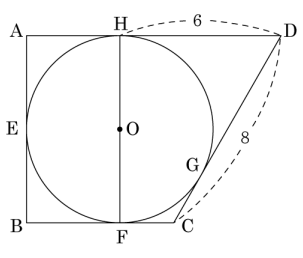
반지름을 r라 하면

$(9+r)^2+(6+r)^2 = 15^2$, $r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0 \quad \therefore r=3$

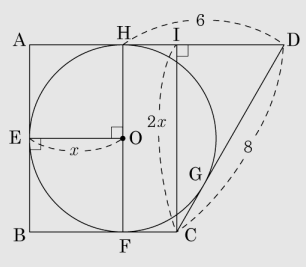


14. 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 접점이고 선분 HF 는 원 O 의 지름이다. $\overline{CD}=8, \overline{DH}=6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



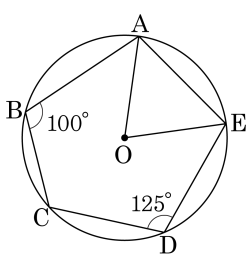
① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설



그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.
$\overline{CI}=2x$, $\overline{DH}=6$ 이므로 $\overline{DG}=6$, $\overline{HI}=\overline{CF}=\overline{CG}=2$ 이고 $\overline{DI}=4$
$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2+4^2=8^2 \quad \therefore\ x=2\sqrt{3}$

15. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle ABC = 100°$, $\angle CDE = 125°$ 이고, $\overline{AO} = 6\text{cm}$ 일 때, 부채꼴 AOE 의 넓이는?

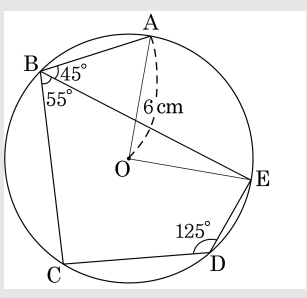


① πcm^2 ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$

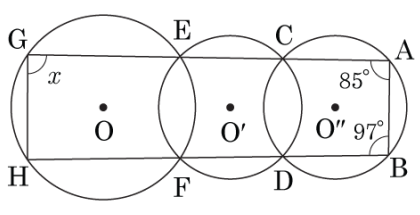
④ $9\pi\text{cm}^2$ ⑤ $11\pi\text{cm}^2$

해설

보조선 $\overline{BE}$ 를 그어 내접하는 사각형에서 $\angle CBE = 55°$ 이므로 $\angle ABE = 45°$ 이다. 5.0pt$\overset{\frown}{AE}$ 의 중심각 $\angle AOE = 2\angle ABE = 90°$ 이다. 따라서 부채꼴 AOE 의 넓이 $S = \pi\times6^2\times\frac{90°}{360°} = 9\pi(\text{cm}^2)$



16. 다음 그림에서 두 점 E, F 는 두 원 O, O′ 의 교점이고, 점 C, D 는 두 원 O′, O″ 의 교점이다.
∠CAB = 85°, ∠ABD = 97° 일 때, ∠EGH 의 크기는?

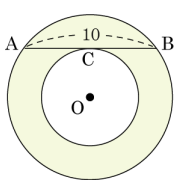


① 83° ② 92° ③ 96° ④ 100° ⑤ 102°

해설

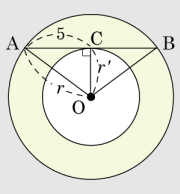
내접하는 사각형의 성질에 의해
∠EGH = ∠EFD = ∠DCA
또한 , 대각의 합 ∠DCA + ∠ABD = ∠DCA + 97° = 180° 이다.
∴ ∠DCA = 180° − 97° = 83°

17. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



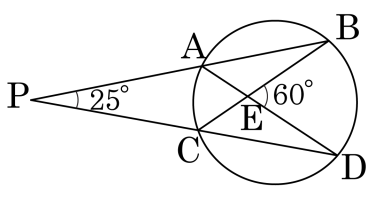
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\angle P = 25°$, $\angle BED = 60°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



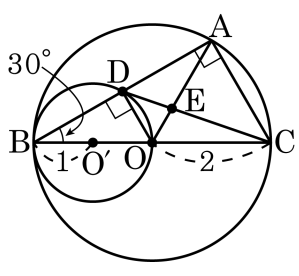
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 17.5°

해설

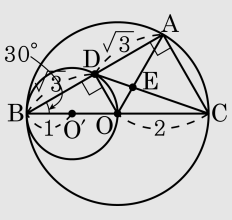
$\triangle AEB$ 에서
$\angle ABC = x$ 라면
$25° + x + x = 60°$
$2x = 35°$ $\therefore x = 17.5°$

19. 다음 그림의 원 O 의 지름은 4 , 원 O′ 의 지름은 2 , $\angle ABC = 30°$ 이다. 이때, $\overline{OE}$ 의 길이는?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

해설



$\overline{AD} = \overline{BD} = \sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 2$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\overline{AO} = 2$

$\therefore \overline{OE} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

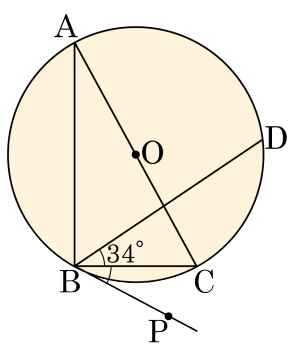
20. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 $\angle APC = 36°$, $\angle BQD = 78°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

① 21° ② 22° ③ 23° ④ 24° ⑤ 25°

해설

$5.0pt\overset{\frown}{AC}$ 에 대한 원주각이므로
$\angle ABC = \angle ADC = \angle x$
$\triangle BPC$에서
$\angle QCD = 36° + \angle x$
$\triangle QCD$에서
$\angle QCD + \angle QDC = 78°$
$36° + \angle x + \angle x = 78°$
$\therefore \angle x = 21°$

21. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 34°$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 28 °

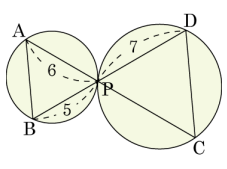
해설

$\angle ABD = 90° - 34° = 56°$

$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180° - 56°) = 62°$

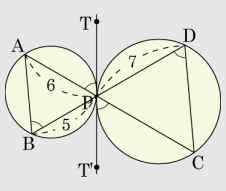
$\angle CBP = \angle DBP - 34° = \angle BAD - 34° = 28°$

22. 다음 그림과 같이 점 P 에서 접하는 두 원에 대하여 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 5$, $\overline{DP} = 7$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



① 6 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{42}{5}$ ⑤ 7

해설



공통외접선을 그으면

$\angle ABP = \angle APT$, $\angle APT = \angle T'PC$ (맞꼭지각), $\angle T'PC = \angle PDC$

$\therefore \angle ABP = \angle CDP$

또한 $\angle BAP = \angle DCP$, $\angle ABP = \angle CDP$ 이므로

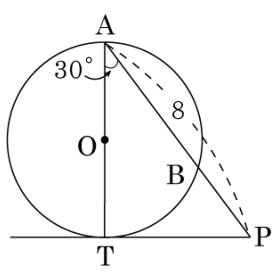
$\triangle PAB \sim \triangle PCD$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PB} : \overline{PD}$ 이므로

$6 : \overline{PC} = 5 : 7$ 이다.

$\therefore \overline{PC} = \frac{42}{5}$

23. 다음 그림에서 $\overline{AT}$는 원 O의 지름이고 $\overrightarrow{PT}$는 원 O의 접선이다. $\overline{AP} = 8$, $\angle PAT = 30°$ 일 때, $\overline{PB}$의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 2

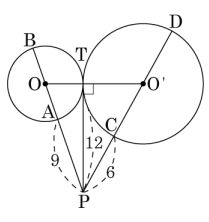
해설

$\triangle ATP$는 $\angle PAT = 30°$인 직각삼각형이므로

$\overline{PT} = 4$ $\therefore \overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$

$4^2 = 8 \times \overline{PB}$ $\therefore \overline{PB} = 2$

24. 다음 그림에서 $\overline{PT}$이 원의 접선이고, $\overline{OT}$는 원 O의 반지름, $\overline{O'T}$는 원 O'의 반지름이다. $\overline{OO'}$의 길이를 구하여라.



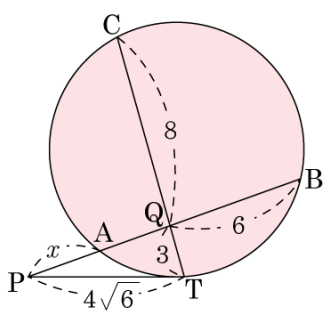
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{25}{2}$

해설

원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$이므로
$12^2 = 9 \times (9 + \overline{AB})$이다.
$144 = 9 \times (9 + 2\overline{OA})$
$\therefore 2\overline{OA} = 7$
$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = \frac{7}{2}$
원 O'에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$이므로
$12^2 = 6 \times (6 + \overline{CD})$
$144 = 6 \times (6 + 2\overline{O'C})$
$\therefore 2\overline{O'C} = 18$
$\therefore \overline{O'T} = \overline{O'C} = 9$
따라서 $\overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = \frac{7}{2} + 9 = \frac{25}{2}$ 이다.

25. 다음 그림에서 원 밖의 한 점 P에서 그은 접선 PT 와 할선 PB 가 다음과 같을 때, x 의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{AQ} \times \overline{QB} = \overline{CQ} \times \overline{QT}$

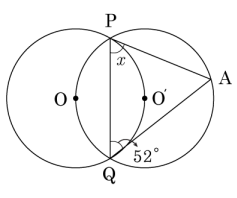
$\overline{AQ} \times 6 = 8 \times 3 \quad \therefore \ \overline{AQ} = 4$

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 에서 $(4\sqrt{6})^2 = x(x+10)$

$x^2 + 10x - 96 = 0$

$(x+16)(x-6) = 0 \quad \therefore \ x = 6 \ (\because \ x > 0)$

26. 다음 그림과 같이 서로의 중심을 지나고 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O′ 이 두 점 P, Q 에서 만나고, $\angle AQP = 52°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

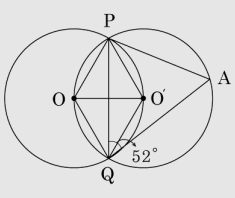


▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 68 °

해설

두 원의 반지름의 길이가 같으므로
$\overline{OO'} = \overline{OP} = \overline{O'P} = \overline{OQ} = \overline{O'Q}$
즉, $\triangle POO'$ 과 $\triangle QOO'$ 은 모두 정삼각형이다.



$\therefore \angle POQ = 60° \times 2 = 120°$
또한, 사각형 POQA 는 원 O′ 에 내접하므로
$\angle PAQ = 180° - 120° = 60°$
따라서 삼각형 APQ 에서
$\angle APQ = 180° - 52° - 60° = 68°$ 이다.

27. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원의 접선이고, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\angle APB = 20°$, $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle ADP$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답: ____°

▷ 정답: 80°

해설

$\angle PAB = \angle ACB = 50°$

$\triangle APB$ 에서

$\angle ABC = \angle APB + \angle PAB = 20° + 50° = 70°$

$\triangle ABC$ 에서

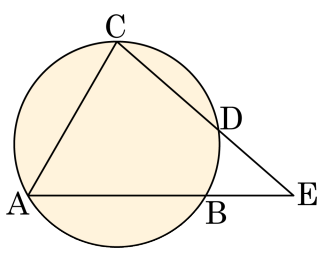
$\angle BAC = 180° - (\angle ABC + \angle ACB)$

$= 180° - (70° + 50°) = 60°$

$\angle DAC = \frac{1}{2}\angle BAC = 30°$

$\therefore \angle ADP = \angle DAC + \angle ACB = 30° + 50° = 80°$

28. 다음 그림에서 호 AC 와 호 BC 의 길이가 같고, 현 AB 의 연장선과 길이가 9 인 현 CD 의 연장선의 교점을 E 라 할 때, $\overline{DE} = 6$ 이다. 이 때, 선분 AC 의 길이를 구하여라.



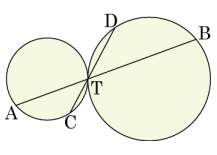
▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{15}$

해설

$\angle CBD = \angle CAD = \angle CAB - \angle DAB = \angle CBA - \angle BCD = \angle CEB$
따라서 선분 BC 는 삼각형 BDE 의 외접원의 접선이므로
$\overline{BC}^2 = 135 \quad \therefore \overline{BC} = 3\sqrt{15}$
$\overline{AC} = \overline{BC} = 3\sqrt{15}$

29. 다음 그림과 같이 점 T 에서 두 원이 접하고, $\overline{AT} = 4$, $\overline{BT} = 6$, $\overline{CT} = 2$ 일 때, 선분 DT 의 길이를 구하여라.



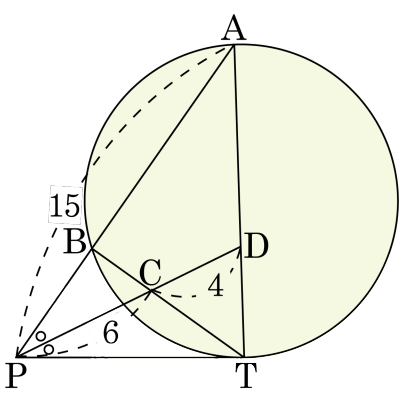
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

두 원의 공통외접선 PQ 를 그으면
$\angle ATP = \angle ACT$, $\angle QTB = \angle BDT$ 이므로
$\angle ACT = \angle BDT$
또, $\angle ATC = \angle BTD$ 이므로 $\triangle TAC \backsim \triangle TBD$
따라서 $\overline{DT} = \dfrac{\overline{BT} \cdot \overline{CT}}{\overline{AT}} = 3$

30. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PT}}$ 는 원의 접선이고, $\overline{\mathrm{PA}}$ 는 할선, $\overline{\mathrm{PD}}$ 는 $\angle \mathrm{APT}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{PA}} = 15$, $\overline{\mathrm{PC}} = 6$, $\overline{\mathrm{CD}} = 4$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{27}{5}$

해설

$\angle \mathrm{BAT} = \angle \mathrm{BTP}$, $\angle \mathrm{APD} = \angle \mathrm{DPT}$

$\therefore \triangle \mathrm{APD} \backsim \triangle \mathrm{TPC}$ (AA 닮음)

$\overline{\mathrm{PA}} : \overline{\mathrm{PT}} = \overline{\mathrm{PD}} : \overline{\mathrm{PC}}$

$15 : \overline{\mathrm{PT}} = 10 : 6$

$\therefore \overline{\mathrm{PT}} = 9$

$\overline{\mathrm{PT}}^2 = \overline{\mathrm{PB}} \times \overline{\mathrm{PA}}$

$81 = \overline{\mathrm{PB}} \times 15$

$\therefore \overline{\mathrm{PB}} = \frac{27}{5}$