

1. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

2. 두 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $3x^2 - 7x - 6 = 0$ 의 공통인 해는?

① -3

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3, -1$$

∴ 해는 -1, 3

$$3x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 3, -\frac{2}{3}$$

∴ 해는 $-\frac{2}{3}, 3$

∴ 공통인 해는 3

3. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $-\frac{2}{7}$

② $-\frac{3}{5}$

③ $\frac{11}{7}$

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

4. 이차방정식 $(a-1)x^2 - 7x + 3 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 한 근을 구하면?

① $a = -3, x = -2$

② $a = -3, x = 2$

③ $a = 3, x = \frac{1}{2}$

④ $a = 3, x = -\frac{1}{2}$

⑤ $a = -3, x = \frac{1}{2}$

해설

$(a-1)x^2 - 7x + 3 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$$(a-1) \times 3^2 - 7 \times 3 + 3 = 0$$

$$9(a-1) - 18 = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0, (x-3)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

따라서 $a = 3$ 이고 나머지 한 근은 $x = \frac{1}{2}$

5. 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 + kx + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0, (x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\text{두 근의 합 } 4 + (-3) = 1$$

$$x^2 + kx + k = 0 \text{ 에 } x = 1 \text{ 을 대입}$$

$$1 + k + k = 0$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

6. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10

② -10

③ 3

④ -3

⑤ -5

해설

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

7. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

8. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

9. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 증근을 가질 때, a 의 값을 구하면?

① -12

② -9

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$3x^2 + ax + 12 = 0$$

$$x^2 + \frac{a}{3}x + 4 = 0, (x+2)^2 = 0$$

$$\frac{a}{3} = 4 \quad \therefore a = 12$$

10. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 1, -11 이므로

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 121 - 11m + n = 0 \\ \hline - 120 + 12m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$

11. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 8$

㉡ $3x^2 - 12 = 0$

㉢ $(x-3)^2 = 4$

㉣ $2(x+1)^2 = 6$

㉤ $3x^2 - 6x + 3 = 0$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $x = \pm 2\sqrt{2}$

㉡ $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$

㉢ $(x-3)^2 = 4, x-3 = \pm 2, x = 5$ 또는 $x = 1$

㉣ $2(x+1)^2 = 6, (x+1)^2 = 3, x+1 = \pm\sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$

㉤ $3(x-1)^2 = 0, x = 1$

12. 이차방정식 $2x^2 - 6x = -1 + x^2$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 변형할 때, $p + q$ 의 값은?

① 5

② -5

③ -8

④ 11

⑤ -11

해설

방정식을 정리하면 $x^2 - 6x = -1$

양변에 9 를 더하면 $x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$

$(x - 3)^2 = 8$

$p = -3, q = 8$

$\therefore p + q = 5$

13. 다음의 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$16x^2 - 24x - 23 = 0$$

$$16(x^2 - (\text{가})x + (\text{나})) = 23 + (\text{다})$$

$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^{(\text{라})} = (\text{마})$$

① (가) : $\frac{3}{2}$

② (나) : $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

③ (다) : 16

④ (라) : 2

⑤ (마) : 32

해설

$$16\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right) = 23 + 9$$

$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 32 \text{ 이므로 (다)는 } 9 \text{ 이다.}$$

14. $x^2 - x - 4 = 0$ 의 해가 $x = -\frac{1 \pm \sqrt{a}}{2}$ 이고, $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 해가 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{b}}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 58$

해설

$x^2 - x = 4$ 에서

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}, \left(x - \frac{1}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{17}{4}}$$

따라서 $x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ 이므로

$a = 17$ 이다.

$2x^2 + 3x - 4 = 0$ 에서 양변을 2 로 나누면

$$x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 2, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 2 + \frac{9}{16}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{41}{16}, \left(x + \frac{3}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{41}{16}}$$

따라서 $x = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{41}{16}} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$ 이므로 $b = 41$ 이다.

$\therefore a + b = 58$ 이다.

15. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개