1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서
2 의 배수의 개수 : 25 개
2^2 의 배수의 개수 : 12 개
2^3 의 배수의 개수 : 6 개
2^4 의 배수의 개수 : 3 개
2^5 의 배수의 개수 : 1 개
5의 배수의 개수 : 10 개
5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned} \therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12} \end{aligned}$$

$\therefore\ n = 12$

2. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다. ③ 지수는 5 이다.
④ 밑은 2 이다. ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
③ 지수는 2 이다.
④ 밑은 5 이다.
⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

3. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \dfrac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

5. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7\times5$

㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^2\times y^3$

㉢ $4\times4=2^4$

㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2+3^3$

㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\frac{3}{5^3}$

① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7^5$
㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^3\times y^2$
㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2\times3^3$
㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\left(\frac{1}{5}\right)^3$

6. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4 ② $3+3+3+3$ ③ $4 \times 4 \times 4$
④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$ ⑤ 4×3

해설
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

7. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$2^1 = 2$
$2^2 = 2 \times 2 = 4$
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
$\vdots$
$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
이므로 $a = 6$ 이다.
$3^1 = 3$
$3^2 = 3 \times 3 = 9$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
이므로 $b = 4$ 이다.
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ 이므로 $c = 125$ 이다.
따라서 $c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115$ 이다.

8. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$7^1(=7)$	7
$7^2(=7\times7=49)$	9
$7^3(=7\times7\times7=343)$	3
$7^4(=7\times7\times7\times7=2401)$	1
$7^5(=7\times7\times7\times7\times7=16807)$	7
⋮	⋮

100 은 4 로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1 이다.

9. $2^4 = a$, $3^b = 27$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 8,\ b = 2$ ② $a = 8,\ b = 3$ ③ $a = 16,\ b = 2$
④ $a = 16,\ b = 3$ ⑤ $a = 32,\ b = 4$

해설

$2^4 = 16$, $3^3 = 27$ 이므로 $a = 16$, $b = 3$ 이다.

10. 다음을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a,\ 7^b = 49$$

① $a = 25,\ b = 1$
② $a = 25,\ b = 2$
③ $a = 125,\ b = 1$
④ $a = 125,\ b = 2$
⑤ $a = 125,\ b = 3$

해설

$5^3 = 125,\ 7^2 = 49$ 이므로 $a = 125,\ b = 2$ 이다.

11. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

㉠ 5^3	㉡ 39	㉢ 2^5
㉣ $2^2 \times 3^3$	㉤ $3^2 \times 7$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
㉡ 39
㉢ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
㉣ $2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$
㉤ $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$
따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠이다.

12. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

2×3^2 , 5^3 , $2^3\times5$, $3^2\times7$

① 22 ② 23 ③ 45 ④ 107 ⑤ 143

해설

$2\times3^2=2\times3\times3=18$
$5^3=5\times5\times5=125$
$2^3\times5=2\times2\times2\times5=40$
$3^2\times7=3\times3\times7=63$ 이므로
가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2
따라서 두 수의 차는 $125-18=107$ 이다.

13. $2\times2\times3\times3\times3\times2\times2\times5\times5$ 를 $2^x\times3^y\times5^z$ 라 할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2\times2\times3\times3\times3\times2\times2\times5\times5=2^4\times3^3\times5^2$ 이므로

$x=4,\ y=3,\ z=2$

$\therefore\ x+y+z=4+3+2=9$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{9})^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{7})^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

15. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{4^3} = \dfrac{1}{64}$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \dfrac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{3^4} = \dfrac{1}{81}$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{1}{900}$

16. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$
② $6 \times 6 = 2^6$
③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$
④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$
⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
② $6 \times 6 = 6^2$
③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$
④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

17. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\dfrac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \dfrac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

18. $x = 5^{15} + 1,\ y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$

이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로

$5^{15} + 2^{13} + 1$은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서 xy는 15 자리의 수이다.

19. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

3 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$3^1(=3)$	3
$3^2(=3\times3=9)$	9
$3^3(=3\times3\times3=27)$	7
$3^4(=3\times3\times3\times3=81)$	1
$3^5(=3\times3\times3\times3\times3=243)$	3
$3^6(=3\times3\times3\times3\times3\times3=729)$	9
⋮	⋮

90 은 4 로 나누었을 때 나머지가 2 이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9 이다.

20. $2^5 = a,\ 3^b = 243$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 16,\ b = 4$ ② $a = 16,\ b = 5$ ③ $a = 32,\ b = 4$
④ $a = 32,\ b = 5$ ⑤ $a = 32,\ b = 6$

해설

$2^5 = 32,\ 3^5 = 243$ 이므로 $a = 32,\ b = 5$ 이다.

21. $2^{10} = 1024$ 를 이용하여 $1024 - 2^9 - 2^a = 256$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2^{10} = 1024$ 이므로 $2^9 = 512$ 이다.
따라서 $1024 - 512 - 2^a = 256$, $2^a = 256$ 이므로 $a = 8$ 이다.

22. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.
따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

23. 다음 식을 만족하는 $a,\ b,\ c$ 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0　　② 1　　③ 4　　④ 6　　⑤ 8

해설

$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$

$\therefore\ a = 6,\ b = 0,\ c = 3$

$\therefore\ 6 \times 0 \times 3 = 0$

24. $\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}}$ 은 정수, n은 정수라 할 때, n이 될 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}} = (3^{-18})^{\frac{1}{n}} = 3^{-\frac{18}{n}}$

$3^{-\frac{18}{n}}$ 이 정수가 되는 n의 값은

$-1, -2, -3, -6, -9, -18$로 6 개이다.

25. $5^x = 125$ 를 만족하는 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$125 = 5^3$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

26. $2^7 = a$, $13^b = 169$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① 120 ② 122 ③ 124 ④ 126 ⑤ 128

해설

$2^7 = 128$, $13^2 = 169$ 이므로 $a = 128$, $b = 2$ 이다. 따라서 $a - b = 126$ 이다.