

1. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2

② x^2y

③ x^2y^2

④ $-2xy^2$

⑤ $-3x^2y^2$

해설

$$\begin{aligned} A + 2B &= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2) \\ &= -3x^2y^2 \end{aligned}$$

해설

2. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

- ① $72a^7x^8$ ② $-72a^7x^8$ ③ $72a^{12}x^{12}$
④ $-72a^{12}x^{12}$ ⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

3. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$

② $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$

③ $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

④ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

⑤ $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

4. $x - y = 1$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식 $3x^2 - 5x + 1 = ay^2 + by + c$ 이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = y + 1$ 을 주어진 식에 대입한 후,
 y 에 대한 내림차순으로 정리한다.
 $3(y + 1)^2 - 5(y + 1) + 1 = ay^2 + by + c$
 $(3 - a)y^2 + (1 - b)y - 1 - c = 0$
 $\therefore a = 3, b = 1, c = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

5. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 p 의 값을 정하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$ 이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

6. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

7. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 를 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3+i)(a+bi) = 1-3i$$

$$(3a-b) + (a+3b)i = 1-3i$$

$$\therefore 3a-b=1, \quad a+3b=-3$$

$$\Rightarrow a=0, \quad b=-1$$

$$\therefore a+b=-1$$

8. $(3 + 2i) - (3 - 2i)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4i$

해설

실수부는 실수부끼리, 허수부는 허수부끼리 계산해야 한다.
즉, 실수부는 0이 되고, 허수부는 $4i$ 가 되므로 답은 $4i$ 이다.

9. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉔에 알맞은 것은?

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$
$$(11x - 2)(\text{㉔}) = 0$$
$$x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

- ① $x - 2$
- ② $x - 1$
- ③ $x + 1$
- ④ $x + 2$
- ⑤ $x + 3$

해설

x 에 대한 이차방정식

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$
$$(11x - 2)(x - 1) = 0$$
$$\therefore x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 ㉔는 $x - 1$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < 1$

② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$

④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

12. 방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

13. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한
항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = -1, c = 2$

② $a = -1, b = 1, c = -2$

③ $a = 1, b = 1, c = 2$

④ $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$x = 0$ 을 대입 $-2 = -2a \quad \therefore a = 1$

$x = 1$ 을 대입 $-3 = 3b \quad \therefore b = -1$

$x = -2$ 를 대입 $12 = 6c \quad \therefore c = 2$

14. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$$

- ① 8
- ② 7
- ③ 3
- ④ 0
- ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

15. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = -13$, $b = 8$

16. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

17. $i + i^3 + i^5 + i^7 + \cdots + i^{101} = a + bi$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(좌변) $= i - i + i - i + \cdots + i = i$ 이므로

$i = a + bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

18. 복소수 $z = 1 - i$ 라고 할 때, $wz + 1 = \bar{w}$ 를 만족하는 복소수 w 의 실수부분을 구하면? (단, $\bar{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① -2 ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$w = a + bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(a + bi)(1 - i) + 1 &= a - ai + bi + b + 1 \\ &= (a + b + 1) - (a - b)i \\ &= a - bi \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$a + b + 1 = a, \therefore b + 1 = 0 \text{ 이므로 } b = -1$$

$$a - b = b \text{ 이므로 } a + 1 = -1 \text{ 에서 } a = -2$$

따라서 w 의 실수부분은 -2

19. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉣}} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{-2}\sqrt{-2} = \sqrt{2}i\sqrt{2}i = 2i^2 = -2$
따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

20. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

21. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

22. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.
(두 근의 합) $= (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \dots\dots\dots \textcircled{1}$
(두 근의 곱) $= (1 + 2i)(1 - 2i) = b \dots\dots\dots \textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $a = -2, b = 5$ 이다.

23. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 1을 가지고 $f(2) = 3$ 을 만족시킬 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

① -4

② -3

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$f(x) = a(x - 1)^2 + 1$ 에서 $f(2) = 3$ 이므로

$a + 1 = 3 \quad \therefore a = 2$

즉, $f(x) = 2(x - 1)^2 + 1 = 2x^2 - 4x + 3$ 이므로

$b = -4, c = 3$

$\therefore a + b + c = 2 - 4 + 3 = 1$

24. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$
 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
 $\therefore$ 최댓값 : $(-2 - 1)^2 - 3 = 6$

25. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

- ① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3
- ④ -2, -1±√2i ⑤ 2, -1±√2i

해설

$$\text{준식} = x(x^2-1)-6 = x^3-x-6 = 0$$

2	1	0	-1	-6
		2	4	6
	1	2	3	0

$$(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$
$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

26. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

27. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$
- ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
- ③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
- ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
- ⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

28. $(m^2 - 4)x - 1 = m(3x + 1)$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 상수 m 의 값은?

① -1

② -2

③ -4

④ 4

⑤ 5

해설

$(m^2 - 3m - 4)x - 1 - m = 0$ 의 해가 없으므로

$m^2 - 3m - 4 = 0$ 이고 $-m - 1 \neq 0$

$\therefore m = 4$

29. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

30. 다음 중 $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$ 을 옳게 인수분해 한 것은?

① $(a - b)^2(a + b)^2$ ② $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

③ $(a - b)^2(a^2 + b^2)$ ④ $(a^2 - b^2)(a + b)^2$

⑤ $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)^2$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab) \\ &= (a - b)^2(a + b)^2 \end{aligned}$$

31. 다항식 $6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)(2x-1)(2x+1)$

② $(x+1)(2x+1)(2x-1)$

③ $(x+1)(2x+1)(3x-1)$

④ $(x+1)(2x-1)(3x+1)$

⑤ $(x-1)(2x+1)(2x-1)$

해설

$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 이라 하면

$f(-1) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.

$\therefore 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = (x+1)(6x^2 - x - 1)$

$= (x+1)(2x-1)(3x+1)$

32. $(1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + \cdots + (9^2 - 10^2)$ 을 구하면?

- ① 55 ② -55 ③ 45 ④ -45 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & (1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + \cdots + (9^2 - 10^2) \\ &= (1 - 2)(1 + 2) + (3 - 4)(3 + 4) + (5 - 6)(5 + 6) + \\ &\quad \cdots + (9 - 10)(9 + 10) \\ &= -(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 9 + 10) \\ &= -55 \end{aligned}$$

33. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2a$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

A(α , 0), B(β , 0) ($\alpha < \beta$) 이라 하면
 α, β 는 이차방정식 $x^2 + ax + 2a = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의
관계에 의하여
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = 2a \quad \cdots \textcircled{1}$
이 때, $\overline{AB} = 2$ 이므로
 $\beta - \alpha = 2$ 양변을 제곱하면
 $(\beta - \alpha)^2 = 4$
 $(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하여 정리하면 $a^2 - 8a - 4 = 0$
따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 8 이다

34. 직선 $y = mx - 4$ 가 이차함수 $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프에 접하도록 하는 양수 m 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

이차방정식 $2x^2 - 3 = mx - 4$, 즉 $2x^2 - mx + 1 = 0$ 이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로

$$D = (-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

$$m^2 - 8 = 0, m^2 = 8$$

$$\therefore m = 2\sqrt{2} (\because m > 0)$$

35. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 2a - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 - 2ax + 2a - 1 = (x - a)^2 - a^2 + 2a - 1$
이므로 $x = a$ 일 때 최솟값 $-a^2 + 2a - 1$ 을 가진다.
 $\therefore m = -a^2 + 2a - 1 = -(a - 1)^2$
따라서 m 은 $a = 1$ 일 때, 최댓값 0을 가진다.

36. x 에 관한 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때 $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 3, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2, \quad \alpha\beta\gamma = -4 \text{ 이므로} \\ (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma) &= 1 - (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma \\ &= 1 - 3 + 2 + 4 = 4 \end{aligned}$$

37. 방정식 $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

실수 계수의 방정식에서 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 이다. 따라서 $x^3 - ax^2 + bx - 4$ 는 $x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면 $(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$ 이다.
 $\therefore b - 2a + 2 = 0$ 과 $-8 + 2a = 0$ 에서 $a = 4$, $b = 6$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 6 = 10$

38. 어떤 정육면체의 밑변의 가로와 세로의 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면
조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3$,
 $x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3$,
 $\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$ 에서
 $3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0$ 을 풀면 $x = 2$ (cm)

39. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

- ① $2^{32} - 1$ ② $2^{32} + 1$ ③ $2^{31} - 1$
④ $2^{31} + 1$ ⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$

40. $\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^{10} + \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^8$ 값을 구하면?

① $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$

② $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, 2\omega+1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱해서 정리하면 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

$$(\omega-1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0 \Rightarrow \omega^3 = 1$$

$$(\omega^3)^3 \cdot \omega + (\omega^3)^2 \cdot \omega^2 = \omega + \omega^2 = -1$$