

1. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1 일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$

② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$

④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1\end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

2. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

- ① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$
- ② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$
- ③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$
- ④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$
- ⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} &(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ &x^2-x=Y \text{라 놓자.} \\ &(Y-6)(Y-2)=Y^2-8Y+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= x^4-2x^3-7x^2+8x+12 \end{aligned}$$

3. $a = 2004, b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

4. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

5. k 의 값에 관계없이 $(3k^2 + 2k)x - (k + 1)y - (k^2 - 1)z$ 의 값이 항상 1일 때, $x + y + z$ 의 값은?

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $k^2(3x - z) + k(2x - y) - (y - z) = 1$
위 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.
$$\begin{cases} 3x - z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z - y = 1 & \sim \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면
 $x = 1, y = 2, z = 3$
 $\therefore x + y + z = 6$

6. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?
- ① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
- ② $\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
- ③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로
가로를 a , 세로를 b , 높이를 c 라고 했을 때
 $(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$
모든 모서리의 길이의 합이 176 이므로
 $a + b + c = 44$
따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겉넓이를 구할 수 있다.

7. 등식 $2x^2 + x + 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서 a, b, c 를 구할 수 있다.
여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -4 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\&= (x+2)Q_2(x) - 4 \\&= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x)\end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해 $a = 3$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

9. 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에서 $f(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지가 2 이고 $g(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눈 나머지가 $2x + 1$ 이다. $2f(x) + 3g(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는?

① 13 ② -13 ③ 16 ④ -16 ⑤ 26

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 1)Q_1(x) + 2, \\ \therefore f(1) &= 2 \\ g(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_2(x) + 2x + 1, \\ \therefore g(1) &= 3 \\ 2f(x) + 3g(x) &\text{를 } x - 1 \text{로 나눈 나머지는} \\ 2f(1) + 3g(1) &= 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13 \end{aligned}$$

10. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 - 2xy - 4y^2$ ② $x^2 - 2xy + 4y^2$ ③ $x^2 + 2xy + 4y^2$
④ $x^2 - 4xy - 7y^2$ ⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x+y) - 2y\} \{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\&= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

11. 다항식 $6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)(2x-1)(2x+1)$

② $(x+1)(2x+1)(2x-1)$

③ $(x+1)(2x+1)(3x-1)$

④ $(x+1)(2x-1)(3x+1)$

⑤ $(x-1)(2x+1)(2x-1)$

해설

$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 이라 하면

$f(-1) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.

$\therefore 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = (x+1)(6x^2 - x - 1)$

$= (x+1)(2x-1)(3x+1)$

12. $\frac{100^3 - 1}{101 \times 100 + 1}$ 의 값을 구하면?

- ① 99 ② 100 ③ 101 ④ 102 ⑤ 103

해설

$a = 100$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{(a + 1)a + 1} &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{(a^2 + a + 1)} \\ &= a - 1 = 99\end{aligned}$$

13. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -2

④ 3

⑤ -4

해설

$$x + y = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1$$

$$xy = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right) = \frac{1 - (-3)}{4} = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{xy} \\ &= -2\end{aligned}$$

14. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, $(1+i)z-2\bar{z}=5-3i$ 를 만족하는 복소수 z 는? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $1+i$ ② $1-i$ ③ $2+i$ ④ $2-i$ ⑤ $1-2i$

해설

임의의 복소수 $z=a+bi, \bar{z}=a-bi$

$$(1+i)(a+bi)-2i(a-bi)=5-3i$$

$$a+bi+ai-b-2ai-2b=5-3i$$

$$(a-3b)+(-a+b)i=5-3i$$

$$\begin{cases} a-3b=5 \\ -a+b=-3 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $a=2, b=-1$

$$\therefore z=2-i$$

15. $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \dots + w^{100}$ 의 값은?

① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

③ 0

④ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$w^2 = \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4}$$

$$= \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 - 3i^2}{4} = 1$$

$$1 + w + w^2 = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{100}$$

$$= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \dots$$

$$+ w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w)$$

$$= 0 + 0 + \dots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w)$$

$$= 1 + w = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$$

16. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 때, $|a| + |b| - |a - b|$ 를 간단히 하면?

- ① $2a$ ② $-2b$ ③ 0 ④ $-2a$ ⑤ $2b$

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a| + |b| - |a - b| = a - b - (a - b) = 0$$

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < 0$

② $k > 0$

③ $0 < k < \frac{1}{4}$

④ $k \leq 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0 \text{ 이}$$

허근을 가져야 하므로

x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$kx^2 - kx + \frac{1}{4}(k+1) = 0$$

$$D = (-k)^2 - 4k \cdot \frac{1}{4}(k+1) < 0$$

$$= k^2 - k^2 - k = -k < 0 \quad \therefore k > 0$$

$$\therefore k > 0$$

18. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 갖고, 동시에 $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 가질 조건은

$$\frac{D}{4} = 4 + 6k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 가질 조건은

$$D = 25 + 8k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -\frac{25}{8} \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } -\frac{25}{8} \leq k < -\frac{2}{3}$$

따라서, 정수 $k = -3, -2, -1$

$\therefore$ 정수 k 의 개수는 3개

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2이다.
- ② 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 차는 4이다.
- ③ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 곱은 5이다.
- ④ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은 -6 이다.

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차) = $4i$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 10x + m^2 - 2m = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, m 의 값은? (단, $m > 1$)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

한 근을 2α 라고 하면 다른 한 근은 3α 이다

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10, \alpha = 2$$

$$\therefore (2\alpha) \times (3\alpha) = 6\alpha^2 = m^2 - 2m$$

$$\therefore m^2 - 2m - 24 = 0$$

$$(m + 4)(m - 6) = 0 \quad \therefore m = 6 \quad (\because m > 1)$$

21. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $x^2 + 4x + 6 = 0$

③ $x^2 + 3x - 4 = 0$

④ $x^2 - 4x + 6 = 0$

⑤ $x^2 + 2x - 3 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha + 1) + (\beta + 1) = 4,$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 6$$

$\therefore \alpha + 1, \beta + 1$ 을 근으로 하는 방정식은

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

22. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - kx - 2k = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자. $\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}$ (단, $\alpha > 0$)일 때, 유리수 k 의 값은?

① -12

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 12

해설

$x^2 - kx - 2k = 0$ 의 두 근이 α, β

$\alpha + \beta = k, \alpha\beta = -2k$

$\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}, \alpha = \sqrt{5} + 1$

한 근이 $1 + \sqrt{5}$ 이면 β 는 $1 - \sqrt{5}$

$\therefore \alpha + \beta = 2 = k$

23. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나기 위한 k 의 최솟값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

두 그래프가 만나려면 연립 방정식의 판별식이 0 보다 크거나 같아야 한다.

$$\Rightarrow 2x + k = x^2 - 6x + 12$$

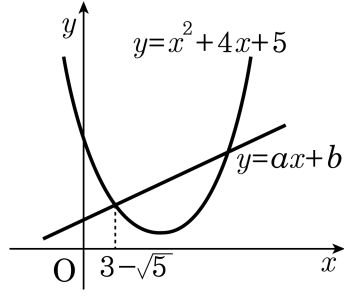
$$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 - k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4^2 - 12 + k \geq 0$$

$$\Rightarrow k \geq -4$$

$\therefore$ 최솟값 : -4

24. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$, $y = ax + b$ 에서
 y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
 $x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots \text{㉠}$
 이 때, 계수가 유리수인 방정식 ㉠의 한 근이
 $3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
 $\therefore (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
 $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
 $\therefore a = 2, b = 1$
 $\therefore a + b = 3$

25. 임의의 실수 x 에 대하여 이차함수 $f(x)$ 가 다음을 만족할 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하면? $2f(x) - f(-x) = x^2 - 3x + 8$

- ① $\frac{27}{4}$ ② $\frac{29}{4}$ ③ $\frac{31}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 라고 하면

$$2(ax^2 + bx + c) - (ax^2 - bx + c) = x^2 - 3x + 8$$

$$\Rightarrow b = -1, c = 8, a = 1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x + 8 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow \text{최솟값} : \frac{31}{4}$$

26. $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $2x - y$ 는 $x = \alpha, y = \beta$ 에서 최댓값 m 을 갖는다. 이때, $m + \alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$2x - y = k$ 로 놓으면
 $y = 2x - k \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 을 $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면
 $x^2 + (2x - k)^2 = 5$
 $\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 을 x 에 대한 이차방정식으로 보면
 x 가 실수이므로
 $\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5) \geq 0, k^2 \leq 25$
 $\therefore -5 \leq k \leq 5$
따라서 k 의 최댓값은 5이다.
이 때의 x, y 의 값은
 $\textcircled{2}$ 에서 $5x^2 - 20x + 20 = 0, 5(x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$
 $\textcircled{1}$ 에서 $y = 4 - 5 = -1$
따라서, $m = 5, \alpha = 2, \beta = -1$ 이므로
 $m + \alpha + \beta = 6$

27. 4차방정식 $x^4 + 2x^2 + 4x + 8 = 0$ 을 $(x^2 + a)^2 - (2x + b)^2 = 0$ 꼴로 변형한 후 네 근을 얻었다. 다음 중 네 근에 포함되는 것은?

① $1 \pm \sqrt{3}i$

② $1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

③ $-1 \pm \sqrt{3}i$

④ $-1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + a)^2 - (2x + b)^2 \\ &= x^4 + (2a - 4)x^2 - 4bx + a^2 - b^2 \end{aligned}$$

이 식은 주어진 4차방정식과 같은 식이므로
 $2 = 2a - 4, 4 = -4b, 8 = a^2 - b^2$
 $\therefore a = 3, b = -1$
따라서 주어진 4차방정식은
다음과 같이 변형하면,
 $(x^2 + 3)^2 - (2x - 1)^2 = 0$
 $\therefore (x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 2) = 0$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{3}i$ 또는 $x = -1 \pm i$

28. 삼차방정식 $x^3 + ax + b = 0$ 의 한 근이 i 일 때, 나머지 두 근을 구하여 곱하면?(단, a, b 는 실수)

① $-i$ ② 0 ③ i ④ 1 ⑤ -1

해설

$$x = i \text{를 대입하면 } (i)^3 + ai + b = 0 \quad (a - 1)i + b = 0$$

$$a, b \text{는 실수이므로 } a = 1, \quad b = 0$$

$$x^3 + x = 0, \quad x(x^2 + 1) = 0, \quad x = 0, i, -i$$

$$\therefore (\text{나머지 두 근의 곱}) = 0$$

29. 방정식 $2x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ 의 세 근을 α, β, r 라 할 때, $(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r)$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$2x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ 의 세 근이
 α, β, r 이므로
 $2x^3 - 3x^2 + 6 = 2(x - \alpha)(x - \beta)(x - r)$
양변에 $\sqrt{2}$ 를 대입하면
 $4\sqrt{2} - 6 + 6$
 $= 2(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r)$
 $\therefore (\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r) = 2\sqrt{2}$

30. 국어, 수학, 영어의 세 문제집이 있다. 17000 원으로 국어와 수학 문제집을, 18000 원으로 수학과영어 문제집을 19000 원으로 국어와 영어 문제집을 살 수 있었다. 이 때, 수학 문제집의 가격은?
- ① 7000 원 ② 7500 원 ③ 8000 원
④ 8500 원 ⑤ 9000 원

해설

국어 문제집의 가격을 A 원, 수학 문제집의 가격을 B 원, 영어 문제집의 가격을 C 원이라고 하면,

$$\begin{cases} A + B = 17000 \cdots \textcircled{1} \\ B + C = 18000 \cdots \textcircled{2} \\ C + A = 19000 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$ 를 해주면, $2(A + B + C) = 54000$
 $\therefore A + B + C = 2700$
 $\therefore A = 9000, B = 8000, C = 10000$
 $\therefore$ 수학 문제집의 가격은 8000 원

31. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=18, y=-1$ 또는 $x=2, y=3$

② $x=-2, y=-3$ 또는 $x=2, y=3$

③ $x=\frac{18}{5}, y=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=2, y=3$

④ $x=\frac{18}{5}, y=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=-2, y=-3$

⑤ $x=-\frac{18}{5}, y=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=-2, y=-3$

해설

$$\begin{cases} 2x+y=7 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=13 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$y=-2x+7$ 를 $\textcircled{B}$ 식에 대입

$$x^2+(2x-7)^2=13$$

$$5x^2-28x+36=(5x-18)(x-2)=0$$

$$\begin{cases} x=\frac{18}{5}, y=-\frac{1}{5} \\ x=2, y=3 \end{cases}$$

32. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 xy 는?

- ① 8 ② 3 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=20 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $x=y+2$ 이것을 ②식에 대입하면

$$(y+2)^2+y^2=20, 2y^2+4y-16=0$$

$$(y+4)(y-2)=0$$

$$\begin{cases} y=2, x=4 \Rightarrow xy=8 \\ y=-4, x=-2 \Rightarrow xy=8 \end{cases}$$

해설

①식을 제곱하면 $(x-y)^2=4$

$$x^2+y^2-2xy=4$$

$$\therefore xy = \frac{x^2+y^2-4}{2} = \frac{20-4}{2} = 8$$

33. 방정식 $2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② -1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $-\frac{1}{4}$
- ⑤ $-\frac{1}{7}$

해설

$2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 에서
 $x^2 + 4xy + 4y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0,$
 $(x + 2y)^2 + (x + 1)^2 = 0$
 x, y 가 실수이므로 $x + 2y = 0 \dots\dots ①, x + 1 = 0 \dots\dots ②$
①, ②에서 $x = -1, y = \frac{1}{2}$
 $\therefore x + y = -\frac{1}{2}$

해설

주어진 방정식을 x 에 대하여 정리하면 $2x^2 + 2(2y + 1)x + (4y^2 + 1) = 0 \dots\dots ①$
 x 가 실수이므로 $\frac{D}{4} = (2y + 1)^2 - 2(4y^2 + 1) \geq 0$
 $\therefore (2y - 1)^2 \leq 0$
그런데 $2y - 1$ 이 실수이므로 $2y - 1 = 0$
 $\therefore y = \frac{1}{2} \dots\dots ②$
②를 ①에 대입하면
 $2x^2 + 4x + 2 = 0, (x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -1 \dots\dots ③$
②, ③에서 $x + y = -\frac{1}{2}$

34. 부등식 $|x - 1| \leq 3x - 1$ 의 해를 바르게 구한 것은?

① $x > 0$

② $x \geq 0$

③ $x \geq \frac{1}{2}$

④ $x \geq 1$

⑤ $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$x - 1 \leq 3x - 1, 2x \geq 0$ 이므로 $x \geq 0 \therefore$ 조건과의 공통범위는 $x \geq 1$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$-(x - 1) \leq 3x - 1, 4x \geq 2, x \geq \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 조건과의 공통범위는 $\frac{1}{2} \leq x < 1$

(i), (ii)에서 $x \geq \frac{1}{2}$

35. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$

⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i) $a = 0$ 이면 $x > 0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

36. 부등식 $\left(x + \frac{1}{x}\right)(x^2 - |x| - 2) \leq 0$ 을 풀면?

① $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -2$

② $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -1$

③ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -1$

④ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -2$

⑤ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq 0$

해설

① $x > 0$ 이면 $|x| = x$, $x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow (x-2)(x+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2$$

$$\therefore 0 < x \leq 2 \quad (\because x > 0)$$

② $x < 0$ 이면 $|x| = -x$, $x + \frac{1}{x} < 0$ 이므로

$$x^2 + x - 2 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x+2) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2, x \geq 1$$

$$\therefore x \leq -2 \quad (\because x < 0)$$

$$\text{①, ②에서 } 0 < x \leq 2, x \leq -2$$

37. 부등식 $[x]^2 \geq [x+2]$ 를 풀면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $x \leq 0$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq 0$ 또는 $x > 2$

③ $x < 0$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 0$ 또는 $x \geq 1$

⑤ $x < 1$ 또는 $x \geq 3$

해설

$$\begin{aligned} [x]^2 &\geq [x+2] \text{ 에서 } [x]^2 \geq [x] + 2 \\ [x]^2 - [x] - 2 &\geq 0, ([x] - 2)([x] + 1) \geq 0 \\ \therefore [x] &\leq -1 \text{ 또는 } [x] \geq 2 \\ \therefore x &< 0 \text{ 또는 } x \geq 2 \end{aligned}$$

38. 모든 실수 x 에 대하여 $ax^2 + 2ax + 1$ 의 값이 $x^2 + 2x - 1$ 의 값보다 크도록 하는 a 의 범위를 구하면?

① $1 < a < 3$

② $1 \leq a < 3$

③ $1 \leq a \leq 4$

④ $1 \leq a < 4$

⑤ $1 < a < 4$

해설

$$ax^2 + 2ax + 1 > x^2 + 2x - 1$$

$$(a - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2 > 0$$

i) $a = 1$ 항상 성립

ii) $a > 1$ 판별식 $D < 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (a - 1)^2 - 2(a - 1) < 0$$

$$(a - 1)(a - 3) < 0, 1 < a < 3$$

i), ii)에서 $1 \leq a < 3$

39. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200 m로 일정하고 넓이는 900 m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로 최대 길이는?

- ① 40 m
- ② 50 m
- ③ 90 m
- ④ 100 m
- ⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면
세로의 길이는 $(100 - x)\text{ m}$ 이다.
가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로
 $x > 0$, $100 - x > 0$ 에서 $0 < x < 100 \cdots$ (가)
 900 m^2 이상이므로
 $x(100 - x) \geq 900$
 $x^2 - 100x + 900 \leq 0$, $(x - 10)(x - 90) \leq 0$
 $\therefore 10 \leq x \leq 90$
이것은 (가)를 만족하므로
가로의 최대 길이는 90 m이다.

40. 부등식 $x(x-1) < (x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는?

① $0 < x < 1$

② $x < 1$

③ $0 < x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $1 < x < 3$

해설

i) $x(x-1) < (x-1)(x-2)$

$\Rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1$

ii) $(x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$

$\Rightarrow 2x < 4$

$\Rightarrow x < 2$

i)과 ii)의 공통부분을 구하면

$\Rightarrow x < 1$