

1. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$

2. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

3. 두 점 A (-2, 0), B (7, 0) 에서 $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점 P 와
외분하는 점 Q 의 좌표는?

- ① P(4, 0), Q(16, 0) ② P(2, 0), Q(-16, 0)
③ P(4, 0), Q(-8, 0) ④ P(4, 0), Q(4, 0)
⑤ P(-4, 0), Q(16, 0)

해설

내분점 P 의 좌표는

$$P\left(\frac{-2 \times 1 + 7 \times 2}{2 + 1}, \frac{0 \times 1 + 0 \times 2}{2 + 1}\right)$$

∴ P(4, 0)

외분점 Q 의 좌표는

$$Q\left(\frac{2 \times 1 + 7 \times 2}{2 - 1}, \frac{-0 \times 1 + 0 \times 2}{2 - 1}\right)$$

∴ Q(16, 0)

4. 두 점 A(1, -3), B(3, 7)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 2로 내분하는 점 P(a , b)와 3 : 2로 외분하는 점 Q(c , d)에 대하여 a, b, c, d 의 값은?

- ① $\frac{11}{5}, 3, 7, 27$

② $-\frac{16}{5}, \frac{11}{5}, 5, 3$
- ③ $5, \frac{11}{3}, \frac{13}{5}, 27$

④ $\frac{9}{5}, -3, -23, -1$
- ⑤ $\frac{9}{5}, -1, -3, -23$

해설

$$\begin{aligned} P(a, b) &= \left(\frac{3 \times 3 + 2 \times 1}{3 + 2}, \frac{3 \times 7 + 2 \times (-3)}{3 + 2} \right) \\ &= \left(\frac{11}{5}, 3 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(c, d) &= \left(\frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{3 - 2}, \frac{3 \times 7 - 2 \times (-3)}{3 - 2} \right) \\ &= (7, 27) \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면
다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

6. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

7. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

(두 근의 곱) = $a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$

8. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha + \beta = 3$ 일 때, 방정식 $f(2x) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $-2 + \sqrt{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 3

⑤ $-1 + \sqrt{3}$

해설

방정식 $f(2x) = 0$ 에서 $2x = t$ 로 놓으면

$$f(t) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①의 두 근이 $t = \alpha$ 또는 $t = \beta$ 이므로

$$2x = \alpha \text{에서 } x = \frac{\alpha}{2}, 2x = \beta \text{에서 } x = \frac{\beta}{2}$$

따라서 방정식 $f(2x) = 0$ 의 두 근의 합은

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{3}{2}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\beta}, \beta - \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식을 구하면?

① $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$
③ $x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = 0$
⑤ $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} = 0$

② $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$
④ $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = 0$

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$ 이므로

$$\begin{aligned}\left(\alpha - \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta - \frac{1}{\alpha}\right) &= (\alpha + \beta) - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= \alpha + \beta - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\ &= 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}\end{aligned}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\beta}\right) \times \left(\beta - \frac{1}{\alpha}\right) = \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} - 2 = \frac{4}{3}$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$$

10. x 에 대한 이차방정식 $2x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$, $2\alpha\beta$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 3x + 3 = 0$

② $x^2 - 3x + 1 = 0$

③ $x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0$

④ $x^2 - 4x + 3 = 0$

⑤ $x^2 + 4x - 3 = 0$

해설

$2x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 해가 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4 - 1 = 3 \\ 2\alpha\beta = 1 \end{cases}$$

3과 1을 두 근으로 하고

이차항의 계수가 1인 이차방정식은

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

11. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.
이 때, 방정식 $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0, \quad (a \neq 0) \text{에서}$$

$$f(5x - 7) = a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0$$

$$\therefore 5x = 7 + \alpha, \quad 5x = 7 + \beta$$

$$x = \frac{7 + \alpha}{5}, \quad \frac{7 + \beta}{5}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14 + \alpha + \beta}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

12. 서현이와 주현이가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 을 함께 풀었다. 그런데 서현이는 a 를 잘못 보고 풀어서 두 근 1, 3을 얻었고, 주현이는 b 를 잘못 보고 풀어서 두 근 $-1, -4$ 를 얻었다. 이 때, 처음 이차방정식은?

① $x^2-5x+3=0$

② $x^2+5x+3=0$

③ $x^2+5x+13=0$

④ $x^2+5x-13=0$

⑤ $x^2+5x+15=0$

해설

서현이가 잘못 본 일차항의 계수 a 를 a' ,
주현이가 잘못 본 상수항 b 를 b' 이라 하자.
 $x^2+a'x+b=0$ 의 두 근이 1, 3이므로
 $b=1\times 3=3$
 $x^2+ax+b'=0$ 의 두 근이 $-1, -4$ 이므로
 $-a=(-1)+(-4)=-5$
 $\therefore a=5$
따라서 처음의 이차방정식은 $x^2+5x+3=0$

13. 종섭이와 성제가 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 각각 풀었다. 종섭이는 x 의 계수를 잘못 봐서 $3 - 2i$, $3 + 2i$ 라는 근을 구했고, 성제는 상수항을 잘못 봐서 $2 - i$, $2 + i$ 라는 근을 구했을 때, $\left| \frac{bc}{a^2} \right|$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

종섭이는 x 의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 참이다.

두 근의 곱 $= \frac{c}{a} = (3 - 2i)(3 + 2i) = 9 + 4 = 13$

성제는 상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 참이다.

두 근의 합 $= -\frac{b}{a} = 2 - i + 2 + i = 4$

$\therefore \left| \frac{bc}{a^2} \right| = \left| \frac{b}{a} \times \frac{c}{a} \right| = |-4 \times 13| = |-52| = 52$

14. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 크다. 이 때, 실수 a 의 값의 범위를 정하면?

- ① $2 \leq a < \frac{5}{2}$
- ② $2 \leq a \leq \frac{5}{2}$
- ③ $2 < a < \frac{5}{2}$
- ④ $2 \leq a < 3$
- ⑤ $2 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 라고 하면

(i) $f(1) > 0 \Rightarrow a < \frac{5}{2}$

(ii) 두근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - 4 \geq 0$$

$a \leq -2$ 또는 $a \geq 2$

(iii) 그래프의 축이 $x = 1$ 의 오른쪽에 있어야하므로

$a > 1$

(i), (ii), (iii)에 의해 $2 \leq a < \frac{5}{2}$

15. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 3 - k = 0$ 의 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 상수 k 의 범위는?

① $k \leq -1, k \geq 2$

② $k \leq -1$

③ $2 \leq k < 3$

④ $1 < k < 3$

⑤ $k \leq -1, 2 \leq k < 3$

해설

㉠ 두 근이 실수가 되어야 하므로 $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (3-k) = k^2 - k - 2 \geq 0$$

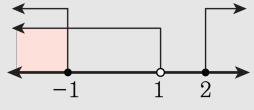
$$(k-2)(k+1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -1, k \geq 2 \dots \textcircled{2}$$

㉡ 둘 다 양수이려면 합 > 0 이고, 곱 > 0

$$-2(k-1) > 0, 3-k > 0 \dots \textcircled{3}$$

$$\therefore k < 1$$

$\Rightarrow$  $\therefore k \leq -1$

16. 삼각형의 세 변의 중점이 각각 $(0, 4)$, $(1, 5)$, $(2, 3)$ 일 때, 이 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-1, 2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$ ② $(1, 2)$, $(-1, 5)$, $(3, 4)$
③ $(1, 2)$, $(-1, 6)$, $(-3, 4)$ ④ $(1, 2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$
⑤ $(1, -2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$

해설

세 꼭짓점의 좌표를 각각

(x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 로 놓으면

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 0, \frac{y_1 + y_2}{2} = 4,$$

$$\frac{x_2 + x_3}{2} = 1, \frac{y_2 + y_3}{2} = 5,$$

$$\frac{x_3 + x_1}{2} = 2, \frac{y_3 + y_1}{2} = 3$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = 3, y_1 + y_2 + y_3 = 12 \text{에서}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3$$

$$y_1 = 2, y_2 = 6, y_3 = 4$$

즉, 세 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$

17. 두 점 $A(-2, -4)$, $B(3, 2)$ 에서 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

② $\left(-\frac{1}{3}, 2\right)$

③ $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

④ $(-7, -10)$

⑤ $(1, 3)$

해설

외분점 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{1 \times 3 - 2 \times (-2)}{1 - 2}, \frac{1 \times 2 - 2 \times (-4)}{1 - 2}\right)$$

$$= (-7, -10)$$

18. 좌표평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 의 삼등분점 중에서 A 에 가까운 점을 $A * B$ 라 하자. $A(1, 2)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 3)$ 가 주어졌을 때, $(A * B) * C$ 의 좌표는?

① $(-3, 0)$

② $(1, 0)$

③ $(3, 1)$

④ $(-1, 3)$

⑤ $(1, 3)$

해설

$A * B$ 는 선분 $\overline{AB}$ 를 $1 : 2$ 로 내분하는 점이다.

$A(1, 2), B(4, 5), C(-1, 3)$ 에서 $A * B = (2, 3)$ 이고

따라서 $(A * B) * C = (1, 3)$ 이다.

19. 두 점 A(4, -2), B(2, 1)을 이은 선분 AB를 5 : 3으로 외분하는 점 Q에서 원점까지의 거리는?

- ① $\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

해설

$$Q\left(\frac{5 \cdot 2 - 3 \cdot 4}{5 - 3}, \frac{5 \cdot 1 - 3 \cdot (-2)}{5 - 3}\right) \text{에서}$$

$$Q\left(-1, \frac{11}{2}\right)$$

$$\therefore OQ = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$