**1.** 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 1$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$
$$= 27 - 9 = 18$$

**2.** 두 점 A $(-2, -1)$, B $(1, 3)$을 잇는 선분 AB를 $3 : 1$로 외분하는 점 Q의 좌표는?

① $(5, -1)$ ② $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$ ③ $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$
④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$ ⑤ $(3, 1)$

해설

$\left(\frac{3+2}{3-1}, \frac{9+1}{3-1}\right) = \left(\frac{5}{2}, 5\right)$

**3.** 다음 두 직선 $y = (2a+1)x - a + 2$ , $y = (a+2)x + 2$ 가 평행할 때, $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

기울기가 같아야 하므로 $2a+1 = a+2$
$y$ 절편이 달라야 하므로 $-a+2 \neq 2,\ a \neq 0$
$\therefore\ a = 1$

**4.** 점 $(3, -3)$와 직선 $x - y - 4 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

$d = \dfrac{|3 \times 1 + (-3) \times (-1) + (-4)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$

**5.** $x^2 - px + q = 0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$일 때 $p^2 + q^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

**6.** 이차방정식 $2x^2-6x+1=0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라 할 때, $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2-6x+1=0$
② $x^2-6x+1=0$
③ $x^2-7x+3=0$
④ $2x^2+6x-1=0$
⑤ $2x^2-7x+3=0$

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta=\frac{6}{2}=3$ , $\alpha\beta=\frac{1}{2}$ 이므로

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$ , $3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\therefore\ x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}=0$

$\therefore\ 2x^2-7x+3=0$

**7.** 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$a = 2, b' = -2, c = 3$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$

$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$

**8.** 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2+\sqrt{3}$ 일 때, $ab$ 의 값은?

① $-3$　② $0$　③ $2$

④ $4$　⑤ $2+2\sqrt{3}$

**해설**

유리계수이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

**해설**

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2+\sqrt{3}$ 대입
$(2+\sqrt{3})^2 - a\cdot(2+\sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
$\sqrt{3}\cdot(4-a) + (b-2a+7) = 0$
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

**9.** 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은? (단, $a$, $b$, $c$는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)(x-\beta)$이다.

② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$, $D = b^2 - 4ac$라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \dfrac{D}{a^2}$이다.

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$이다.

④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a-2c)x + b - ac$도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 $\alpha + \beta = -\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$(단, $a \neq 0$)

**해설**

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$이다.

**10.** 원점에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2+b^2$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 8 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0,\ 0)$ 에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a\times 0+b\times 0+4|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

$4=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}\rightarrow\ 2(a^2+b^2)=16$

$\therefore\ a^2+b^2=8$

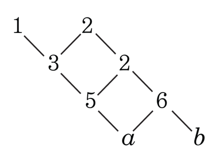
**11.** 이차방정식 $(\sqrt{2}+1)x^2+x-\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)=0$의 두 근의 곱은?

① $-\sqrt{2}$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

주어진 식의 양변에 $\sqrt{2}-1$을 곱하면
$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=0$
$x^2+(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}=0$
$(x+\sqrt{2})(x-1)$
$\therefore x=-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$
따라서 두 근의 곱은 $-\sqrt{2}$

**12.** 다음 그림은 수의 규칙을 나타낸 것이다. $a$, $b$와 대응하는 수를 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면?




① $x^2-5x+6=0$　　② $x^2-11x+30=0$

③ $x^2-41x+330=0$　　④ $x^2-7x+8=0$

⑤ $x^2-15x+12=0$

해설

왼쪽 $1-3-5-a$는 윗줄 두 수의 합
오른쪽 $2-2-6-b$는 윗줄 두 수의 곱
$\therefore a=5+6=11$, $b=5\times6=30$
11, 30을 두 근으로 하는 이차방정식은
$\therefore\ x^2-41x+330=0$

**13.** 이차방정식 $x^2-3x+7=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라고 할 때, $2\alpha-1$, $2\beta-1$을 두 근으로 하는 이차방정식 중 이차항의 계수가 1인 것은?

① $x^2+4x+10=0$　　② $x^2-4x+21=0$

③ $x^2-4x-21=0$　　④ $x^2+4x+23=0$

⑤ $x^2-4x+23=0$

해설

$x^2-3x+7=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이므로
$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=7$
이 때, $2\alpha-1$, $2\beta-1$을 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은
$x^2-(2\alpha-1+2\beta-1)x+(2\alpha-1)(2\beta-1)=0$
$x^2-\left\{2(\alpha+\beta)-2\right\}x+\left\{4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1\right\}=0$
$\therefore\ x^2-4x+23=0$

**14.** 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha, \beta$라 하면 $\alpha+\beta=2$
$f(2x-3)=0$에서
$2x-3=\alpha,\ 2x-3=\beta$
$\therefore\ x=\dfrac{\alpha+3}{2},\ \dfrac{\beta+3}{2}$
$\therefore$ (두 근의 합) $=\dfrac{(\alpha+\beta)+6}{2}=4$

**15.** $x$에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 근의 공식을 $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-ac}}{a}$로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 $-1$, $2$를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

① $0$　　② $\dfrac{1}{2}$　　③ $\dfrac{2}{3}$　　④ $2$　　⑤ $3$

해설

잘못 기억한 근의 공식에서

두 근을 합하면 $-\dfrac{2b}{a}$이므로

$-\dfrac{2b}{a}=-1+2=1$이다.

따라서 준 식은 $-2bx^2+bx+c=0$이 되고

따라서 (두근의 합)$=-(-\dfrac{b}{2b})=\dfrac{1}{2}$

**16.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2+(m+3)x+(m+6)=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 $m$의 값의 범위에 속하는 정수를 구하면?

① $-6$ ② $-5$ ③ $-4$ ④ $-3$ ⑤ $-2$

해설

( i ) (두근의 합) $-m-3>0$

$m<-3$

( ii ) (두근의 곱) $m+6>0$

$m>-6$

(iii) $D=(m+3)^2-4(m+6)\geq 0$

$m^2+2m-15\geq 0$

$(m-3)(m+5)\geq 0$

$m\leq -5$ 또는 $m\geq 3$

( i ), ( ii ), (iii) 에서 $-6<m\leq -5$

$\therefore m=-5$

**17.** 세 꼭지점이 $A(-2, 1)$, $B(2,\ 3)$, $C(3, -2)$로 주어지는 삼각형의 외심의 좌표는?

① $\left(\frac{2}{11},\ \frac{2}{11}\right)$　② $\left(\frac{10}{3},\ \frac{2}{3}\right)$　③ $\left(1,\ \frac{2}{11}\right)$
④ $\left(\frac{10}{11},\ \frac{12}{11}\right)$　⑤ $\left(\frac{10}{11},\ \frac{2}{11}\right)$

해설

외심이란 세변의 수직이등분선의 교점이므로 세 변 중 두변의 수직이등분선의 교점도 삼각형의 외심이다. 우선, 선분 AB 중점의 좌표를 구하면 $(0,\ 2)$이고, 직선 AB 기울기는 $\frac{1}{2}$이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 $-2$

$\therefore$ 기울기가 $-2$이고, 중점 $(0,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = -2x + 2 \cdots$ ㉠

선분 AC 중점의 좌표를 구하면 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$이고, 직선 AC의 기울기가 $-\frac{3}{5}$이므로 선분 AC 수직이등분선의 기울기는 $\frac{5}{3}$

$\therefore$ 기울기가 $\frac{5}{3}$이고, 중점 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 연립하여 풀면, $x = \frac{10}{11}$, $y = \frac{2}{11}$

따라서 외심의 좌표 : $\left(\frac{10}{11},\ \frac{2}{11}\right)$

**18.** 수직선 위의 두 점 A$(-4)$, B$(12)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 $5:3$ 으로 내분하는 점을 P, $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 $7:11$ 로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점의 좌표는?

① $-32$ ② $-13$ ③ $6$ ④ $13$ ⑤ $32$

해설

P$(a)$, Q$(b)$ 라고 하면,

$\mathrm{P} = \dfrac{5\times 12+3\times(-4)}{5+3} = 6,$

$\mathrm{Q} = \dfrac{7\times 12-11\times(-4)}{7-11} = -32$

$\therefore$ $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점은 $\dfrac{-32+6}{2} = -13$

**19.** 원점 O와 점 A$(3, 6)$을 이은 선분 OA를 $2:1$로 내분하는 점을 P, 선분 OP를 $2:1$로 외분하는 점을 Q라고 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{17}$

해설

$$\mathrm{P}\left(\frac{2\times3+1\times0}{2+1},\ \frac{2\times6+1\times0}{2+1}\right)=(2,4)$$

$$\mathrm{Q}\left(\frac{2\times2-1\times0}{2-1},\ \frac{2\times6-1\times0}{2-1}\right)=(4,12)$$ 이므로

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(4-2)^2+(12-4)^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$$ 이다.

**20.** 수직선 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 $m : n$으로 내분한 점을 C, 외분한 점을 D라 할 때, $\frac{1}{\overline{AC}}+\frac{1}{\overline{AD}}=\frac{\square}{\overline{AB}}$가 성립한다. $\square$ 안에 알맞은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

네 점의 좌표를 각각 A(0), B(b), C(c), D(d)라 하면

$c=\frac{mb}{m+n}$, $d=\frac{mb}{m-n}$

($\because$ A의 좌표가 0)

$\therefore\ \overline{AC}=c-0=\frac{mb}{m+n}$

$\overline{AD}=d-0=\frac{mb}{m-n}$

$\overline{AB}=b-0=b$

$$\therefore \frac{1}{\overline{AC}}+\frac{1}{\overline{AD}}=\frac{m+n}{mb}+\frac{m-n}{mb}$$
$$=\frac{2m}{mb}=\frac{2}{b}=\frac{2}{\overline{AB}}$$