

1. 등식 $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면,
 $-18 = -6a \quad \therefore a = 3$
양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $10 = 10c \quad \therefore c = 1$
양변에 $x = -3$ 을 대입하면,
 $-30 = 15b, \quad \therefore b = -2$
 $\therefore a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$
③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$
⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\&= (x-1)(x^2-1) \\&= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
 $f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i,$ $1 + \sqrt{-4},$ $3 + 4i,$ $9,$ $i^2 + 1$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a + bi$ 에서 $b = 0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
 $2i$ 의 허수 부분은 2, $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
 $3 + 4i$ 의 허수 부분은 4이다.
 9 와 $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 $i^2 + 1$ 로 두 개다.

4. 복소수 z 를 원소로 하는 집합 $M = \{z \mid z = (x+y) + (x-y)i, x, y \text{는 양의 실수}\}$ 일 때, 다음 중 M 의 원소인 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-3-2i$

② $-1+2i$

③ $2+3i$

④ $3+4i$

⑤ $5+2i$

해설

복소수 $z = (x+y) + (x-y)i$ 에서 $x > 0, y > 0$ 인 실수이므로 $x+y > 0$ 이고 $x+y > x-y$ 따라서 (실수 부분) >0 , (실수 부분) $>$ (허수 부분)이다. 이를 만족시키는 복소수는 ⑤ $5+2i$ 이다.

5. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

- ① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x)$ 가 $x = p$ 에서 최소이고 최솟값은 q 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{17}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$$y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x) = 9x^2 + 12x - 1$$

$$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$$

따라서, $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 -5 이므로

$$p = -\frac{2}{3}, q = -5$$

$$\therefore p + q = -\frac{17}{3}$$

7. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$

이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, \quad x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 3$$

8. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1, x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$ 즉, $a + b = 0 \cdots \textcircled{A}$

$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0$ 즉, $4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 으로부터 $a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$

$\therefore a + b = 0$

9. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\&= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

10. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

11. $x = \sqrt{3} + 2i$, $y = \sqrt{3} - 2i$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 5

② 7

③ $2\sqrt{3} + 4i$

④ 12

⑤ $12 + 2\sqrt{3}i$

해설

$$x + y = 2\sqrt{3},$$

$$xy = (\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i) = 3 - 4i^2 = 7 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 7 = 5 \text{ 이다.}$$

12. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

13. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

14. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.
(두 근의 합) $= (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \cdots \cdots \textcircled{1}$
(두 근의 곱) $= (1 + 2i)(1 - 2i) = b \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $a = -2, b = 5$ 이다.

16. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

17. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

- ① $3x^2 + 12x - 13$ ② $-3x^2 + 24x + 21$
③ $3x^2 - 12x + 21$ ④ $-3x^2 - 24x + 21$
⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

18. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

19. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

- ① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$
- ③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$
- ④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$
- ⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

- ① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
- ③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$
- ⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

20. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때 $f(x)$ 를 $\frac{g(x)}{n}$ 로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

- ① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$
- ② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
- ③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$
- ④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
- ⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ 에서 } f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x),$$

$$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x), R'(x) = R(x)$$

$$\therefore Q'(x) = n \cdot Q(x), R'(x) = R(x)$$

21. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한
결과와 같으므로 항등식의 성질에서
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

22. $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 5일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

x^2-3x+2 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면 $f(x) =$

$$(x^2-3x+2)Q(x) + ax + b$$

그런데 $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ 이므로

$$a + b = 3, \quad 2a + b = 5$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 1$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$
항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D = 0$
 $D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$
 $4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$
 m 에 관해 식을 정리하면
 $(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$
 $4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$
 $\therefore a + b = 0$

24. x, y 가 실수일 때, $x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$
 $= (x - 3)^2 + 2(y + 1)^2 - 4$ 이므로
 $x = 3, y = -1$ 일 때, 최솟값 -4 를 갖는다.

25. $a^2 = 3$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$P = \{(2+a)^n + (2-a)^n\}^2 - \{(2+a)^n - (2-a)^n\}^2$$

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$(2+a)^n = \alpha$, $(2-a)^n = \beta$ 로 놓으면

$$P = \{(2+a)^n + (2-a)^n\}^2 - \{(2+a)^n - (2-a)^n\}^2$$

$$= (\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$$

$$= 4(2+a)^n(2-a)^n = 4(4-a^2)^n$$

$$= 4(4-3)^n = 4$$

26. 1000^{10} 을 1001로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 라 할 때, 다음 중 나머지 R 를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x - 1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x - 1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$ 에서 $1000 = x$ 라 하면

$$x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 1$ 을 구할 수 있다.

27. 인수분해 공식 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ 을 이용하여 $\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10000

해설

9999 = a 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{(a - 1)a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 10000\end{aligned}$$

28. $x = \frac{1+3i}{1+i}$ 일 때, $x^3 - 4x^2 + 4x + 1$ 의 값은?

① $1+i$

② $1-i$

③ $-1+i$

④ $-1-i$

⑤ 1

해설

$$x = 2 + i$$

$$(x-2)^2 = i^2 = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x = -5$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(x^2 - 4x) + 4x + 1 \\ &= -5x + 4x + 1 \\ &= -x + 1 \\ &= -1 - i\end{aligned}$$

29. 구간 $0 < x < 5$ 에서 $x = \frac{1}{x - [x]}$ 를 만족시키는 x 의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

- ① 2개
- ② 3개
- ③ 4개
- ④ 5개
- ⑤ 무수히 많다.

해설

$x - [x] \neq 0$ 이므로 x 는 정수가 아니다.
주어진 식의 양변에 $x - [x]$ 를 곱하면
 $x^2 - x[x] - 1 = 0$
(i) $0 < x < 1$ 일 때 $[x] = 0, x^2 - 1 = 0$
 $\therefore x = \pm 1$, 이 값은 $0 < x < 1$ 에 속하지 않는다.
 $\therefore$ 해가 없다.
(ii) $1 < x < 2$ 일 때 $[x] = 1, x^2 - x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $1 < x < 2$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
(iii) $2 < x < 3$ 일 때 $[x] = 2$
 $\therefore x^2 - 2x - 1 = 0$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{1+1} = 1 \pm \sqrt{2}$
 $2 < x < 3$ 이므로 $x = 1 + \sqrt{2}$
(iv) $3 < x < 4$ 일 때 $[x] = 3$
 $\therefore x^2 - 3x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $3 < x < 4$ 이므로 $x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$
(v) $4 < x < 5$ 일 때 $[x] = 4$
 $\therefore x^2 - 4x - 1 = 0$
 $x = 2 \pm \sqrt{4+1} = 2 \pm \sqrt{5}$
 $4 < x < 5$ 이므로 $x = 2 + \sqrt{5}$
(i), (ii), (iii), (iv), (v)에서 x 의 개수는 4개

30. 이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자. $PQ = 10$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 16 ② 20 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

해설

이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프는
직선 $x = 5$ 에 대하여 대칭이고
 $PQ = 10$ 이므로 두 점 P, Q 의 x 좌표는
각각 0, 10 이다.
따라서 점 P (또는 Q) 의 y 좌표를 구하면
 $(0 - 5)^2 + 1 = 26$ 이므로
 $\therefore a = 26$