

1. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

2. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$

② $x=-2$ 또는 $x=3$

③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

$$(3x-2)(2x+3)=0$$

$$3x-2=0 \text{ 또는 } 2x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2}$$

3. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로

$x-a = \pm \sqrt{5}$

$\therefore x = \pm \sqrt{5} + a$

따라서 $a = -4, b = 5$ 이다.

4. $x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 5 &= 0, \quad x^2 + 6x = 5 \\(x + 3)^2 &= 5 + 9, \quad (x + 3)^2 = 14 \\A &= 3, \quad B = 14 \\\therefore A + B &= 17\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀면?

- ① $x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ ② $x = \frac{2 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
④ $x = \frac{4 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = -2 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}, x - \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

6. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로

$a + b = 48$ 이다.

7. 다음 중 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 2$

㉡ $xy = 10$

㉢ $y = x^2 - 1$

㉣ $y = \frac{1}{x^2} + 2x - 3$

㉤ $y = -2x^2 + 3x + 1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

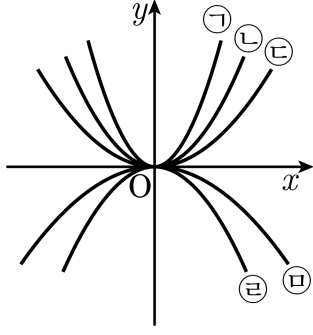
해설

㉠ 상수함수

㉡ $y = \frac{10}{x}$ 분수함수

㉣ 분수함수

8. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. ㉠ ~ ㉣ 중 a 의 값이 가장 작은 것을 골라라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다

㉠ > ㉡ > ㉢ > 0 > ㉣ > ㉤

9. 이차함수 $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(6, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$y = -\frac{3}{2}(x-2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y = \frac{3}{2}(x-2)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(6, a)$ 를 대입하면 $a = \frac{3}{2} \times 4^2 = 24$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 점 $(3, 0)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

식에 점 $(3, 0)$ 을 대입하면

$$0 = 9 + 3a + 3, a = -4$$

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표: $(2, -1)$

$$\therefore 2 + (-1) = 1$$

11. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(3, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = 2x^2 - 3$ 에 $(3, a)$ 를 대입하면

$$a = 2 \times 3^2 - 3,$$

$$\therefore a = 15$$

12. 다음 중 최댓값이 3 인 이차함수는?

① $y = -3x^2 + 1$

② $y = x^2 + 4x$

③ $y = (x - 2)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 4x - 1$

⑤ $y = -(x + 1)(x - 3)$

해설

① 최댓값 : 1

② $y = (x + 2)^2 - 4$ 이므로 최댓값은 없다.

③ 최댓값은 없다.

④ $y = -(x - 2)^2 + 3$ 이므로 최댓값은 3

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 4$ 이므로 최댓값은 4

13. 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 2$ 를 방정식에 대입하면 $4 - 4a + a^2 = 0$ 이다.

$$(a - 2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

14. 이차방정식 $x^2 - (m-1)x + (m^2-7) = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 3

③ $\frac{1}{2}$

④ 2

⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $m-1$, 두 근의 곱은 m^2-7

$m-1 = m^2-7$ 이므로 $m^2-m-6 = 0$

$(m-3)(m+2) = 0$

$\therefore m$ 이 양수이므로 $m = 3$

15. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha + \beta = 4$

② $\alpha\beta = 1$

③ $\alpha^2 + \beta^2 = 18$

④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

⑤ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 14$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1$

③ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 = 14$

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?

① $3 - \sqrt{5}$

② $-3 - \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $-3 + \sqrt{5}$

⑤ $-3 - \sqrt{5}$

해설

다른 한 근은 $b = 3 + \sqrt{5}$ 이므로

$$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$$

$$\therefore a = -6$$

$$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$$

17. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 153이 되려면 1부터 n 까지를 더해야 한다고 할 때, n 은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 153 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 306 = 0$$

$$(n-17)(n+18) = 0$$

$$\therefore n = 17 \quad (\because n > 0)$$

18. x 축에 대해 서로 대칭인 그래프를 모두 고르면?

① $y = -2x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

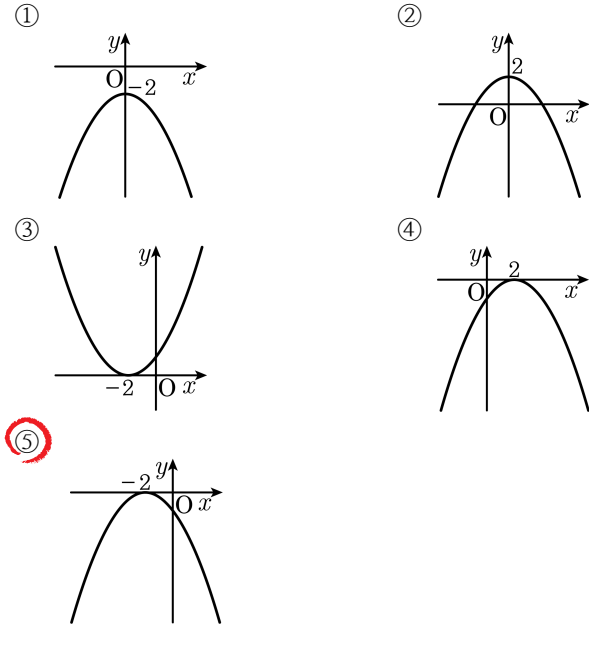
19. 이차함수 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭지점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.
- ② x 축에 대하여 좌우대칭이다.
- ③ 위로 볼록한 그래프이다.
- ④ $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ⑤ y 절편은 -3 이다.

해설

y 축에 대하여 대칭이다.

20. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}(x + 2)^2$ 의 그래프는?



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

21. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하였을 때 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (0, 2)

② (0, -2)

③ (2, 0)

④ (-2, 0)

⑤ (0, 0)

해설

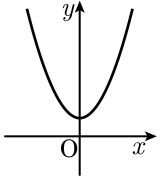
$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은

$$y = a(x - 2)^2$$

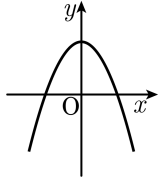
꼭짓점의 좌표 : (2, 0)

22. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?

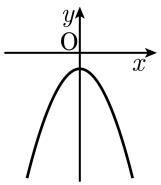
①



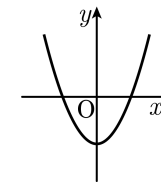
②



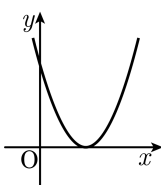
③



④



⑤



해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
따라서 아래로 볼록이다.
또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
 $q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
따라서 답은 ④번이다.

23. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 인 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = 2(x + 1)^2$

④ $y = 2(x - 1)^2$

⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로 $y = a(x + 1)^2$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 이므로 $-2 = a(0 + 1)^2$, $a = -2$ 이다.
 $\therefore y = -2(x + 1)^2$

24. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

25. 다음 중 꼭짓점 $(-1, 4)$, 대칭축의 방정식 $x = -1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, 3)$ 인 이차함수는?

① $y = x^2 - 2x - 3$

② $y = x^2 - 4x + 5$

③ $y = -x^2 - 2x + 3$

④ $y = -x^2 + 4x - 10$

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 4$ 에 $(0, 3)$ 을 대입한다. $a = -1$

$\therefore y = -x^2 - 2x + 3$

26. $x = -1$ 일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점 $(1, -1)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$

④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(-1, 3)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 + 3$

$(1, -1)$ 을 대입하면 $-1 = 4a + 3$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x+1)^2 + 3$$

27. 이차방정식 $x^2+ax+8=0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+ax+8=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $a=-6$ 이다.

$x^2-6x+8=0$, $(x-4)(x-2)=0$ 이므로

다른 한 근은 $x=4$ 이다.

$3x^2-10x+b=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $b=-8$

$\therefore a-b=-6-(-8)=2$

28. $(2m - n)^2 - 10(2m - n) + 21 = 0$ 을 만족하는 두 수 m, n 에 대하여 $2m - n$ 의 값이 될 수 있는 수들의 곱은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$2m - n = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0$$

$$t = 3 \text{ 또는 } t = 7$$

$$\therefore 3 \times 7 = 21$$

29. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속한 양의 정수이고, 두 근의 제곱의 차가 25 일 때, 상수 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

두 근을 α , $\alpha + 1$ 이라 하면,

$$(\alpha + 1)^2 - \alpha^2 = 25$$

$$2\alpha - 24 = 2(\alpha - 12) = 0$$

$$\therefore \alpha = 12$$

$$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p$$

$$p = -(24 + 1) = -25$$

$$\alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = q$$

$$q = 144 + 12 = 156$$

$$\therefore p + q = 131$$

30. 세 자연수 a, b, c 는 연속하는 홀수이다. $ab = 3c - 12$ 일 때, c 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

a, b, c 를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$(x-2)x = 3(x+2) - 12$$

$$x^2 - 2x = 3x + 6 - 12$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

x 는 홀수이므로 $x = 3$ 이다.

$$\therefore c = 5$$

31. 둘레의 길이가 30 cm 이고 넓이가 50 cm² 인 직사각형이 있다. 가로
길이보다 세로의 길이가 더 길 때, 가로의 길이는?

① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

가로의 길이를 x cm 라 하자.

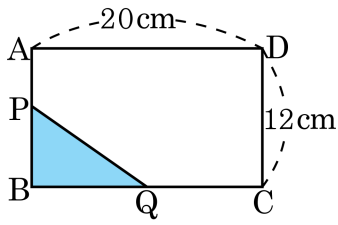
$$x(15 - x) = 50$$

$$-x^2 + 15x - 50 = 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$x = 5 \text{ cm} \left(\because x < \frac{15}{2} \right)$$

32. 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 A 를 출발하여 B 까지 초속 1cm, Q 는 B 출발하여 C 까지 초속 2cm 로 움직인다. 점 P 와 Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 35cm^2 가 되는지 모두 구하여라.

▶ 답: 초▶ 답: 초

▶ 정답 : 5초

▶ 정답: 7초

해설

t 초 후의 $\overline{PB} = 12 - t, \overline{BQ} = 2t$

t 초 후 $\triangle P B Q$ 의 넓이가 35cm^2 라고

하면

$$35 = \frac{1}{2} \times 2t \times (12 - t)$$

$$t^2 - 12t + 35 = 0$$

$$(t - 7)(t - 5) = 0$$

$$t = 5 \text{ 또는 } 7$$

33. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 3) 이다.

$$y = x^2 + 2bx + c$$

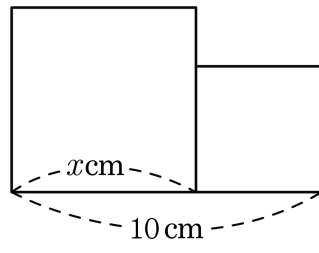
$$= (x - 1)^2 + 3$$

$$= x^2 - 2x + 4$$

$$\therefore b = -1, c = 4$$

$$\therefore b + c = 3$$

34. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.



- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10 - x)$ cm 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

35. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

36. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

37. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$
 $k < 0$ 이므로 $k = -8$
 $-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$

38. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

- ① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$
④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(기울기) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$$8 = 2 \times 2 + b \quad \therefore b = 4$$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

39. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k + 2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

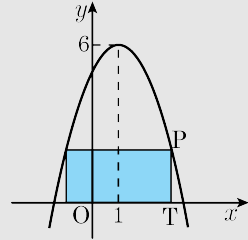
40. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는

$(t, -t^2 + 2t + 5)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2(t - 1)$,

직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{둘레의 길이} &= 2[2(t - 1) - t^2 + 2t + 5] \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t - 2)^2 + 14\end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.