

1. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = -3$

② $f(-1) = 6$

③ $f(1) = 0$

④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

2. 다음 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = 2x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -5x^2$

⑤ $y = \frac{4}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다.

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 식은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = -2x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -x^2 + 2$

⑤ $y = x^2 - 2$

해설

$y = x^2 - 2$

4. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이 되도록 하는 것은?

- ① x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동
② x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동
③ y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동
④ x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동
⑤ y 축의 방향으로 3 만큼, x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 꼭짓점의 x 좌표는 p 이고 y 좌표는 0 이므로 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이 된다.

5. 다음 안을 알맞게 채워라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 성립하기 위한 조건은 이다.

다

음 중 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{a}{c} < 0$
- ② $b > 0$
- ③ $a \neq 0$
- ④ $ab > 0$
- ⑤ $a > 0$

해설

$a = 0$ 이면 $y = 0 \times x^2 + bx + c$ 로 곧 일차함수 $y = bx + c$ 가 된다.

6. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$-2 < 0, \quad -7 < 0$$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에
제 1 사분면을 지나지 않는다.

7. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y = (x-2)^2 - 10$

② $y = (x-2)^2 + 8$

③ $y = 2(x-2)^2 - 10$

④ $y = 2(x+1)^2 + 8$

⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a+b)$ 에 $(0, -2)$, $(-1, 8)$

을 대입하면,

$$-2 = 4a + b, 8 = 9a + b$$

$$\therefore y = 2(x-2)^2 - 10$$

8. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 1$ 의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?

- ① 4, 없다 ② 1, 없다 ③ -1, 없다
④ 없다, 4 ⑤ 없다, 1

해설

$y = -3x^2 - 6x + 1 = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3(x + 1)^2 + 4$
따라서 최댓값은 4, 최솟값은 없다.

9. 다음 중 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 몇 개인가?

㉠ $y = 0.1x^2$	㉡ $y = \frac{4}{x}$
㉢ $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$	㉣ $y = \frac{1}{2}(x-3)(x+4)$
㉤ $y = -5x^2 + 2x + 3$	㉥ $y = 3x + 2$

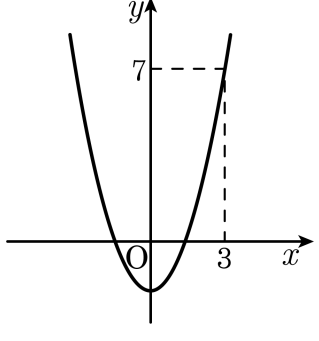
▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4 개

해설

이차함수는 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 - 2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단, a 는 상수이다.)



- | | | |
|-------------|--|--|
| ㉠ $(0, 2)$ | ㉡ $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3}\right)$ | ㉢ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\right)$ |
| ㉤ $(-3, 7)$ | ㉥ $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{9}\right)$ | ㉦ $(-1, -1)$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

점 $(3, 7)$ 을 $y = ax^2 - 2$ 가 지나므로 $7 = 9a - 2, a = 1$ 이다.

$y = x^2 - 2$ 이다.

㉠ $x = 0$ 일 때, $y = 0 - 2 = -2$ 이다.

㉡ $x = \frac{1}{4}$ 일 때, $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{31}{16}$ 이다.

㉢ $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$ 이다.

11. 다음은 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
 - ㉡ y 축에 대칭인 포물선이다.
 - ㉢ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ㉣ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
 - ㉤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ㉠ 꼭짓점은 $(0, 0)$
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

12. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면 점 $(6, k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x - 5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6, k)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 3(6 - 5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

13. 다음 보기의 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있는 그래프를 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = (x - 3)^2$

㉡ $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 2$

㉢ $y = -3x^2 + 1$

㉣ $y = x^2 + 2x + 3$

㉤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

꼭짓점을 각각 구하면

㉠ (3, 0)

㉡ (-1, 2)

㉢ (0, 1)

㉣ $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 이므로 (-1, 2)

㉤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 1$ 이므로 (-2, 1)

따라서 제 2 사분면에 있는 그래프는 ㉡, ㉣, ㉤이다.

14. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉢}} \\ &= 2(x+1)^2 - 4 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉣}} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}} \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉢}} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉣}} \end{aligned}$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉣이다.

15. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

16. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 그렸을 때, 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y = (x - 3)^2 + 2$

㉡ $y = -2x^2$

㉢ $y = 5(x + 1)^2 - 4$

㉣ $y = \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$

㉤ $y = -0.5x^2 + 1$

㉥ $y = \frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로

㉥, ㉤, ㉠, ㉢, ㉡, ㉣

17. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$

④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

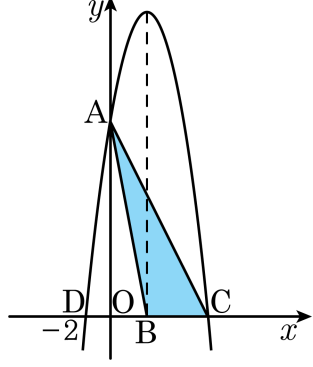
꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

18. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + a$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 40 일 때, a 값을 구하면?



- ① 6 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -x^2 + 6x + a$
 $= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + a$
 $= -(x - 3)^2 + 9 + a$ 이므로 B(3,0) 이다.
 점 D 의 좌표가 (-2,0) 이므로 점 C 의 좌표는 (8,0) 이다.
 $\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 5$, 높이 $\overline{AO} = a$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times a = 40$
 $\therefore a = 16$

19. 세 점 $(0, 6)$, $(-1, 0)$, $(1, 8)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 2x^2 - 4x + 6$

② $y = 2x^2 + 4x + 6$

③ $y = -2x^2 - 4x + 6$

④ $y = -2x^2 + 4x + 6$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하면,

$(0, 6)$ 을 지나므로 $c = 6$

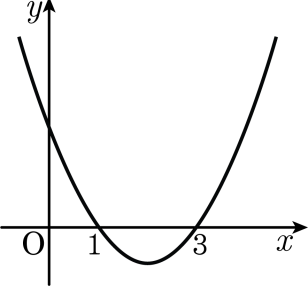
$(-1, 0)$ 을 대입하면 $0 = a - b + 6, a - b = -6$

$(1, 8)$ 을 대입하면 $8 = a + b + 6, a + b = 2$

$\therefore a = -2, b = 4, c = 6$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$

20. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - ax + 3b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값은?



- ① -5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

x 절편이 1, 3 이므로
 $y = (x - 1)(x - 3)$
 $y = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 4, b = 1$

21. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax$ 의 최댓값이 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 9$ 의 최솟값과 같을 때, a 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}ax^2 + ax = \frac{1}{2}a(x+1)^2 - \frac{1}{2}a$$

따라서, $x = -1$ 일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}a$ 를 갖는다.

$$ii) y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$$

따라서, $x = -2$ 일 때, 최솟값 1 을 갖는다.

i) 의 최댓값과 ii) 의 최솟값이 같으므로

$$-\frac{1}{2}a = 1 \text{ 에서 } a = -2$$

22. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 2k \\ &= -(x^2 - 2kx) + 2k \\ &= -(x - k)^2 + k^2 + 2k \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

23. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

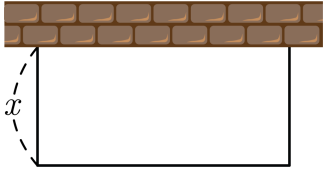
⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

24. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.

넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

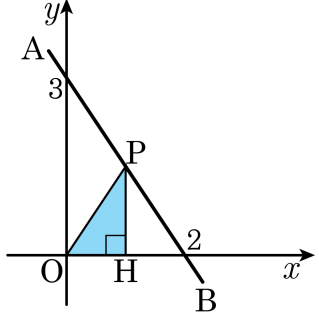


- ① 6m ② 8m ③ 10m ④ 12m ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(40 - 2x)$
 $= -2x^2 + 40x$
 $= -2(x - 10)^2 + 200$
 $x = 10$ 일 때, 최댓값은 200 이다.

25. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.