

1. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = 5x$

② $y = x(x + 5)$

③ $y = \frac{3}{x^2}$

④ $y = (x - 2)^2 - x^2 + 1$

⑤ $y = (x - 2)(x + 1)$

해설

①은 일차함수, ③은 분수함수이고 ④는 정리하면 $y = -4x + 5$ 이므로 일차함수이다.

2. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

위로 볼록하기 위해서는 이차항의 계수가 음수여야 하고, 이차항의 계수의 절댓값이 높을수록 폭이 좁다.

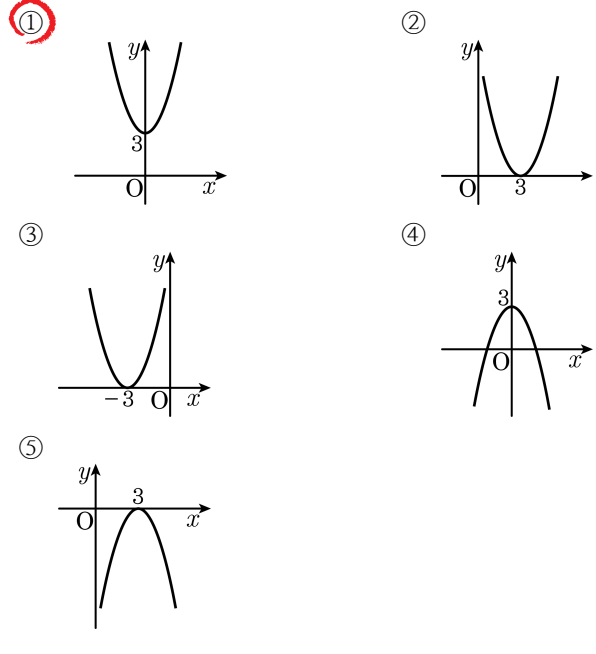
3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 점 $(-2, 4)$ 을 지난다.
- ③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ④ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ④이 답이다.

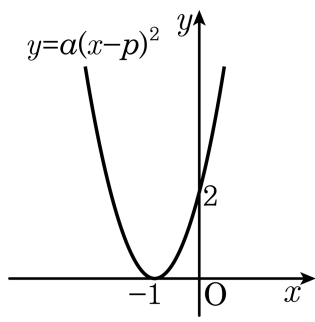
4. 다음 중 이차함수 $y = x^2 + 3$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?



해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 형태이고, y 축으로 3만큼 평행이동 하였기때문에 꼭짓점이 x 축 위에 존재한다.

5. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = a(x - p)^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2$
또 $(0, 2)$ 를 대입하면
 $2 = a(0 + 1)^2$
 $\therefore a = 2$

6. 이차함수 $y = 3(x - 1)^2 - 3$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프이다. a , b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 3(x - a)^2 + b$ 이므로 $a = 1$, $b = -3$ 이다.

7. 이차함수 $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(6, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$y = -\frac{3}{2}(x-2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y = \frac{3}{2}(x-2)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(6, a)$ 를 대입하면 $a = \frac{3}{2} \times 4^2 = 24$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2(x - 1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

위로 블록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$
 $\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

9. 다음 이차함수에 대하여 []에 대한 함숫값이 잘못 짝지어진 것은?

① $y = -2x^2$ $[-1] \Rightarrow y = -2$

② $y = (x - 3)^2$ $[2] \Rightarrow y = 1$

③ $y = (x + 2)(x - 3)$ $[2] \Rightarrow y = 4$

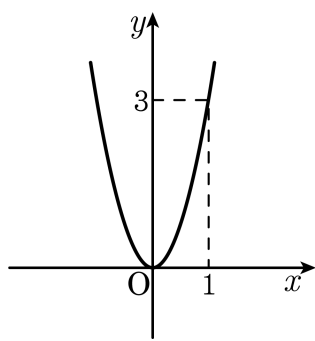
④ $y = x^2 - 3$ $[1] \Rightarrow y = -2$

⑤ $y = (x + 1)^2 - 4$ $[-1] \Rightarrow y = -4$

해설

③ $y = -4$

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a 의 값은?



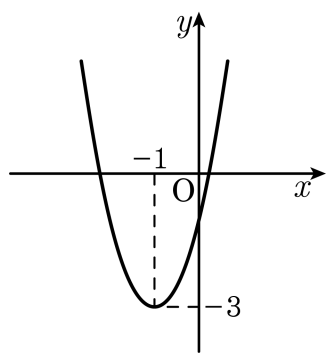
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = a \times 1^2 \quad \therefore a = 3$$

11. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



- ① $y = 2(x + 1)^2 - 3$ ② $y = 2(x - 1)^2 - 3$
③ $y = -2(x + 1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x + 1)^2 + 3$
⑤ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 이다.

12. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

13. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

14. 다음 중 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

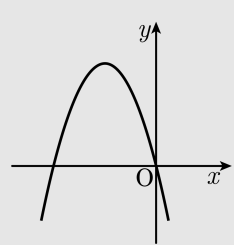
$$y = -x^2 - 4x$$

$$y = -(x + 2)^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$ 인 위로 볼록한 그래프이다.

또 원점 $(0, 0)$ 을 지난다.

따라서 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 1 사분면을 지나지 않는다.



15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이고, y 절편이 6 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$ 이므로

$y = a(x+1)^2 + 4$ 이고, y 절편이 6 이므로 $6 = a(0+1)^2 + 4$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$$

$$a = 2, b = 4, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 12$$

16. 축의 방정식이 $x = 0$ 이고 두 점 $(1, 3)$, $(-2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = x^2 - 4$

② $y = 2x^2 - 6$

③ $y = -x^2 + 4$

④ $y = -2x^2 + 5$

⑤ $y = 2x^2 + 4$

해설

축의 방정식이 $x = 0$ 일 때 구하는 포물선의 식은 $y = ax^2 + q$ 이다.

$y = ax^2 + q$ 에 $(1, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a + q \cdots \cdots (1)$$

$y = ax^2 + q$ 에 $(-2, -3)$ 을 대입하면

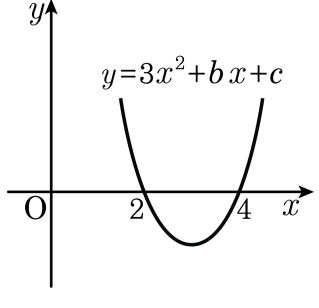
$$-3 = 4a + q \cdots \cdots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ 하면 } 3a = -6 \leftrightarrow a = -2$$

$$(1) \text{ 에 대입하면 } q = 5$$

$$\therefore y = -2x^2 + 5$$

17. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

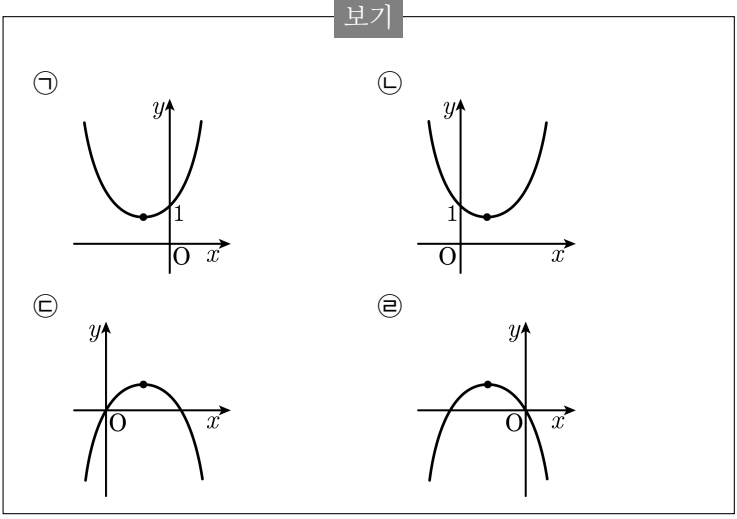
해설

(2, 0) 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

18. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.



(1) $y = x^2 - x + 1$

(2) $y = -2x^2 + 2x$

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.

(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.

19. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 에서 최솟값이 4 이므로
꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이다.

$$y = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$$

$$a = 4, b = 8$$

$$\therefore a + b = 12$$

20. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a - 3$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2ax + a - 3 \\ &= (x + a)^2 - a^2 + a - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{최솟값 } M &= -a^2 + a - 3 \\ &= -(a^2 - a) - 3 \\ &= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} - 3 \\ &= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{4} \end{aligned}$$

따라서 m 의 최댓값은 $-\frac{11}{4}$ 이다.

21. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면
 $y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$
 $x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.
따라서 두 수는 $-5, 5$ 이다.

22. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.
- ▶ 답 : 초
- ▶ 답 : m
- ▷ 정답 : 2초
- ▷ 정답 : 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x - 2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

23. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

24. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

- ① $-6\sqrt{3}$
- ② $-7\sqrt{3}$
- ③ $-8\sqrt{3}$
- ④ $-9\sqrt{3}$
- ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a,b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로 $(\triangle POA \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
따라서 $b = 24$ 이다.
 $P(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면
(i) $a < 0$ 일 때
 $y = x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$
(ii) $a \geq 0$ 일 때
 $y = 3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$
(i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6},24)$ 또는 $P(2\sqrt{2},24)$ 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
 $-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

25. 둘레의 길이가 32 cm인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm² 라 하면,
 $y = x(16 - x)$
 $= -x^2 + 16x$
 $= -(x^2 - 16x)$
 $= -(x - 8)^2 + 64$
따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.