

1. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ 에서 $f(-1) + f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

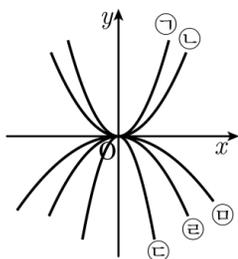
해설

$$f(-1) = -(-1)^2 + 3 \times (-1) + 4 = 0$$

$$f(5) = -5^2 + 3 \times 5 + 4 = -6$$

$$\therefore f(-1) + f(5) = -6$$

2. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. ㉠ ~ ㉣ 중 $|a|$ 의 값이 가장 큰 것을 골라라.



▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁으므로 폭이 가장 좁은 것은 ㉠이므로 ㉠의 $|a|$ 값이 가장 크다.

3. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 4$ 일 때 $y = -8$ 이다. x 의 값이 -3 에서 -1 까지 2 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = ax^2, f(4) = -8 \text{ 이므로}$$

$$-8 = a \times 4^2, a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$f(-3) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 = -\frac{9}{2}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right) = 4$$

4. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하였을 때 꼭짓점의 좌표는?

- ① (0, 2) ② (0, -2) ③ (2, 0)
④ (-2, 0) ⑤ (0, 0)

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은

$$y = ax^2 + 2$$

꼭짓점의 좌표 : (0, 2)

5. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 축의 방정식이 $x = 5$ 가 되도록 하는 것은?

- ① x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동
- ② x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동
- ③ y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동
- ④ x 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동
- ⑤ y 축의 방향으로 -5 만큼, x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 축의 방정식은 $x = p$ 이므로 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면 축의 방정식이 $x = 5$ 가 된다.

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 + bx + 1$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -16 ② -17 ③ -18 ④ -19 ⑤ -20

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)^2 + c \\ &= ax^2 - 4ax + 4a + c \\ &= 3x^2 + bx + 1 \\ a &= 3, b = -12, c = -11 \\ \therefore a + b + c &= -20\end{aligned}$$

7. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x=3$ 일 때, $y=27$ 이다. x 의 값이 2에서 4까지 2만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = ax^2$ 에서
 $27 = a \times 3^2$, $a = 3$
 $\therefore y = 3x^2$, $f(2) = 12$, $f(4) = 48$
따라서 y 의 값의 증가량은 $48 - 12 = 36$ 이다.

8. 다음 에 알맞은 말을 써 넣어라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 축이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 포물선

▷ 정답 : 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

9. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x^2 + 1 = 0$

② $y = -x^2 + 5x + 2$

③ $y = (x-1)(x+3) - x^2$

④ $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

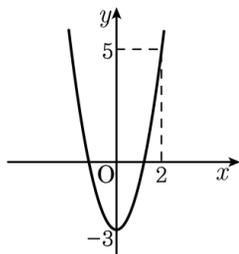
⑤ $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{8}$

해설

① $3x^2 + 1 = 0$ 은 이차방정식이다.

③ $y = (x-1)(x+3) - x^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



- ① (1, -2) ② $(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ ③ (-1, 1)
 ④ (-2, -5) ⑤ $(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9})$

해설

점 (2, 5) 를 지나므로 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 3, 4a = 8, a = 2 \therefore y = 2x^2 - 3$$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함수값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9})$ 를 지난다.

11. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x=2$ 를 축으로 하는 것은?

① $y = x^2$

② $y = (x-2)^2$

③ $y = x^2 - 2$

④ $y = 2(x-1)^2 + 1$

⑤ $y = 2(x+1)^2 - 2$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 에서 축의 방정식은 $x = p$

각각에서 축의 방정식을 구해보면

① $x = 0$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$

④ $x = 1$ ⑤ $x = -1$

12. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

13. 다음 이차함수의 그래프 중에서 제 2 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 2(x+1)^2 - 3$

② $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 6$

③ $y = (x-4)^2 + 5$

④ $y = -3(x-1)^2 + 2$

⑤ $y = \frac{3}{2}(x+2)^2 + 9$

해설

④ $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프는
꼭짓점이 (1, 2) 이고 y 절편이 -1 인 위로 볼록한 그래프이다.
따라서 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

14. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

- ① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6ax + 4 \\ &= 3(x^2 + 2ax) + 4 \\ &= 3(x+a)^2 + 4 - 3a^2 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

15. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 - 8$ 의 y 절편으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 6 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 의 값이므로
 $2(0-3)^2 - 8 = 2 \times (-3)^2 - 8 = 10$

16. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것을 모두 골라라.

- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| ㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$ | ㉡ $y = -4x^2 + 8x$ |
| ㉢ $y = -2x^2 + 4$ | ㉣ $y = -x^2 - 2x - 2$ |
| ㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1$ | |

▶ 답:

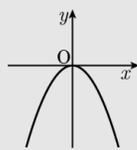
▶ 답:

▷ 정답: ㉢

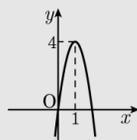
▷ 정답: ㉤

해설

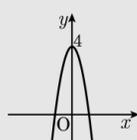
㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$: 꼭짓점이 (0, 0) 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



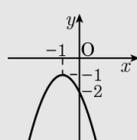
㉡ $y = -4x^2 + 8x = -4(x-1)^2 + 4$: 꼭짓점이 (1, 4) 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 3, 4 사분면을 지난다.



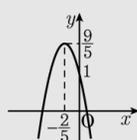
㉢ $y = -2x^2 + 4$: 꼭짓점이 (0, 4) 이고, y 절편은 4 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



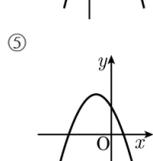
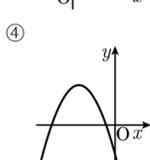
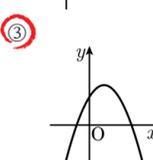
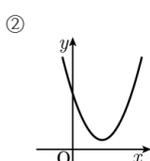
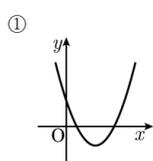
㉣ $y = -x^2 - 2x - 2 = -(x+1)^2 - 1$: 꼭짓점이 (-1, -1) 이고, y 절편은 -2 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1 = -5\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}$: 꼭짓점이 $\left(-\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right)$ 이고, y 절편은 1 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



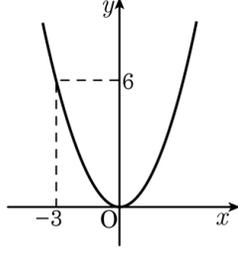
17. 다음 중 $a < 0, b > 0, c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



해설

$a < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선,
 $ab < 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 오른쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

18. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?

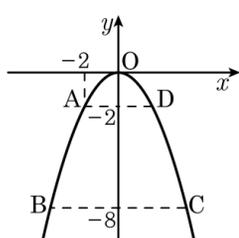


- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$
따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 4a, a = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \pm 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2, y = -8$$

A $(-2, -2)$, B $(-4, -8)$

C $(4, -8)$, D $(2, -2)$

$$(\square ABCD \text{의 넓이}) = (8 + 4) \times (8 - 2) \times \frac{1}{2} = 36$$

20. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

21. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 5 + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위는?

① $k > -3$

② $k < -3$

③ $k > -5$

④ $k < -5$

⑤ $k > -7$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

$4^2 - 4 \times (-2) \times (5 + k) = 8k + 56 > 0 \quad \therefore k > -7$

22. $y = k(k+3)x^2 + 2x^2 - 2x + k$ 에서 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

1 2 3 -1 -2
 -3

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+3) + 2 \neq 0$, $k(k+3) \neq -2$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq -2$ 이다.

23. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

24. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$	㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$
㉢ $y = 2x^2 - x$	㉣ $-3(x+2)^2$
㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$	

- ㉠ $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ㉡ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ㉢ $1 < |a| < \frac{5}{2}$
 ㉣ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ㉤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉣, ㉢

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

㉣ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

25. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A, y 축과 만나는 점을 B, 점 B의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 108

