

1. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 3 = 2(x^2 - 4x) + 3 \\ &= 2(x - 2)^2 - 8 + 3 \\ &= 2(x - 2)^2 - 5 \\ a &= 2, p = -2, q = -5 \\ \therefore a + p + q &= 2 + (-2) + (-5) = -5 \end{aligned}$$

2. 이차함수 $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 점 $(3, 0)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

식에 점 $(3, 0)$ 을 대입하면

$$0 = 9 + 3a + 3, a = -4$$

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표: $(2, -1)$

$$\therefore 2 + (-1) = 1$$

3. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(6, -14)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + mx + n \\ &= \frac{1}{2}(x-6)^2 - 14 \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 6x + 4 \\ m &= -6, \quad n = 4 \\ \therefore m + n &= -6 + 4 = -2 \end{aligned}$$

4. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$y = 5x^2 - 1$ 에 $(2, a)$ 를 대입하면

$$a = 5 \times 2^2 - 1,$$

$$\therefore a = 19$$

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3} \end{aligned}$$

따라서 y 절편은 $-\frac{13}{3}$

6. $y = (k + 1)(k - 2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ -1
- ☐ -2
- ☐ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k + 1)(k - 2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1, k \neq 2$ 이다.

7. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8 + k$$

최솟값은 $-8 + k$

$$y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$$

$$= -2(x - 1)^2 + 4 - 2k$$

최댓값은 $4 - 2k$

$$-8 + k = 4 - 2k$$

$$\therefore k = 4$$

8. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

9. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x - 3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

10. 이차함수 $y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7$ 의 꼭짓점이 제 4 사분면에 있기 위한 b 의 값의 범위로 옳은 것은?

① $b < 0$

② $b < 7$

③ $0 < b < 7$

④ $-7 < b < 0$

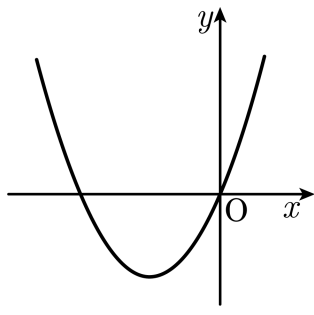
⑤ $b < 0, b > 7$

해설

$y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7 = -(x - 2b)^2 + b - 7$, 꼭짓점의 좌표가 $(2b, b - 7)$ 이다.

$\therefore 2b > 0, b - 7 < 0$ 즉, $b > 0, b < 7$ 이므로 $0 < b < 7$ 이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a > 0, b > 0, c = 0$ ② $a > 0, b < 0, c > 0$
③ $a < 0, b = 0, c > 0$ ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$
 y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$

12. 꼭짓점이 $(-2, 3)$ 이고 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -\frac{1}{2})$

② $(0, -1)$

③ $(0, -\frac{3}{2})$

④ $(0, -2)$

⑤ $(0, -\frac{5}{2})$

해설

$y = a(x+2)^2 + 3$ 에 $(1, -6)$ 을 대입하면,

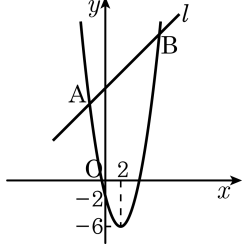
$$-6 = 1(1+2)^2 + 3, a = -1$$

$$y = -(x+2)^2 + 3$$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$

$$\therefore (0, -1)$$

13. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 그래프가 직선 l 과 두 점 A (m , 10), B (7, n) 에서 만날 때, 직선 l 의 방정식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 (2, -6), y 절편이 -2 이므로
 $y = a(x - 2)^2 - 6$ 에 (0, -2) 를 대입하면
 $-2 = 4a - 6, a = 1$ 이다.
 $y = (x - 2)^2 - 6$ 에 A (m , 10), B (7, n) 을 대입하면
 (i) $10 = (m - 2)^2 - 6$
 $(m - 2)^2 = 16, m - 2 = \pm 4$
 $m < 0$ 이므로 $m = -2$, A (-2, 10)
 (ii) $n = 25 - 6 = 19$, B (7, 19)
 직선의 기울기는 $\frac{10 - 19}{-2 - 7} = 1$
 $y = x + p$ 에 (-2, 10) 을 대입하면
 $10 = -2 + p, p = 12 \quad \therefore y = x + 12$

14. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = 3x^2 + 6x - 8$

④ $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x + 1)(x - 2) = 3x^2 - 3x - 6$$

15. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 8 ② 4 ③ 2 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x-2)^2 + 8$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

16. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

17. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

18. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x + 8)^2 - 64$$

19. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

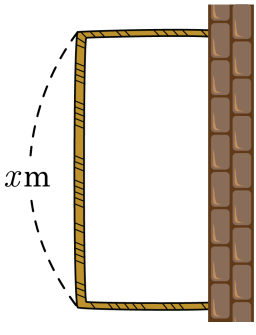
$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

20. 다음 그림과 같이 길이 20 m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



- ① 70 m² ② 40 m² ③ 50 m²
④ 80 m² ⑤ 60 m²

해설

닭장 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left(\frac{20-x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$ 일 때 최댓값 50 m²

21. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ㉠ $\frac{5}{2}$ ㉡ $\frac{15}{2}$ ㉢ $\frac{25}{2}$ ㉣ $\frac{31}{5}$ ㉤ $\frac{16}{5}$

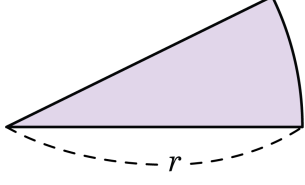
해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

22. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



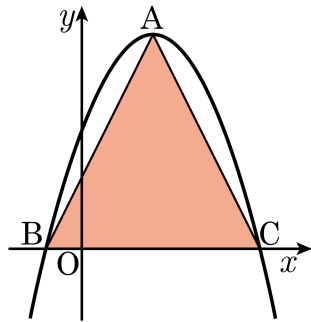
- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)\text{cm}$
부채꼴의 넓이를 y 라 하면
$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 $(5, 25)$ 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

23. 다음은 $y = a(x - 2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 (-1, 0) 이고, C 의 좌표는 (5, 0) 이다.

$y = a(x - 2)^2 + 6$ 에 (5, 0) 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

24. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.

㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

- ① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

25. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.