

1. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 해가 $x = \frac{2 \pm \sqrt{k}}{3}$ 일 때, k 의 값은?

① 50

② 40

③ 30

④ 20

⑤ 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$\therefore k = 10$$

2. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$ 을 풀면?

- ① $x = \pm \frac{2}{3}$ ② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$ ③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$
④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 3}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$
따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

5. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0, 4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

6. 이차방정식 $x^2 - 8x - A = 0$ 의 두 근의 합이 B 이고, 곱이 5 일 때, A, B 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -5$

▷ 정답 : $B = 8$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$8 = B$$

$-A = 5$ 이므로 $A = -5$ 이다.

7. 계수가 유리수인 이차방정식, $x^2 - 6x + a = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

다른 한 근이 $3 + \sqrt{2}$ 이므로
두 근의 곱 $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = a$
 $\therefore a = 7$

8. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

9. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$
두 근의 곱은 a 이므로
 $\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

11. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값은?

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$$

$$\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$$

$$-2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 5$$

12. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 $-1, 2$ 이고, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

두 근이 $-1, 2$ 이므로

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

$-2x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$ 이다.

13. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$

② $\frac{b}{2a}$

③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

④ $-\frac{b}{2a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \textcircled{3} \text{ 이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3. \times \times \times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0. \times \times \times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

15. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

16. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

17. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

18. 이차방정식 $x^2+3x+1=0$ 의 두 근의 합이 이차방정식 $2x^2+kx+6=0$ 의 해일 때, k 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2+3x+1=0$ 에서 (두 근의 합) $= -3$
 $x = -3$ 이 $2x^2+kx+6=0$ 의 해이므로 대입하면
 $18-3k+6=0$
 $\therefore k=8$

19. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 -2, 4 였고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 -5, 3 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15 = 0$$

상수항은 -8, 일차항의 계수는 2 이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

20. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때,
 a, b, c 의 값은?

① $a = -2, b = -3, c = -5$

② $a = 2, b = -3, c = -5$

③ $a = -2, b = 3, c = 5$

④ $a = 2, b = 3, c = 5$

⑤ $a = -2, b = 3, c = -5$

해설

$$(x+1)(2x-5)=0$$

$$2x^2-3x-5=0$$

$$\therefore a=2, b=-3, c=-5$$

21. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 각각 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 7x + 10 = 0$

② $x^2 - 7x + 10 = 0$

③ $x^2 - 3x + 10 = 0$

④ $x^2 - 3x - 10 = 0$

⑤ $x^2 + 3x - 10 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$ 이므로 구하는 방정식은 $-5, 2$ 를 두 근으로 한다.

두 근의 합은 -3 , 두 근의 곱은 -10

$\therefore x^2 + 3x - 10 = 0$

22. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

23. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계로부터
 $\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -1$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3$
 $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta)$
 $\qquad\qquad\qquad = (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta)$
 $\qquad\qquad\qquad = 3 \times 1 = 3$

25. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.