

1. 점 A(-1, -1)에 대하여 점 P(2, 3)과 대칭인 점 Q의 좌표를 구하면?

① $Q(-4, 5)$

② $Q(4, -5)$

③ $Q(-4, -5)$

④ $Q(-2, -3)$

⑤ $Q(1, 1)$

해설

점 P와 점 Q는 점 A에 대하여 대칭이므로
 $\overline{PA} = \overline{QA}$ 이다.

즉 선분 PQ의 중점이 점 A이다.

$Q(x, y)$ 라 하면, 점 P(2, 3)과
점 Q를 이은 선분의 중점이 A(-1, -1)이므로

$$\frac{x+2}{2} = -1, \frac{y+3}{2} = -1$$

$$\therefore x = -4, y = -5$$

$$\therefore Q(-4, -5)$$

2. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4), 변 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3), 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 꼭짓점 B, C의 좌표를 구하면?

① $B(-5, 2), C(5, 1)$

② $B(-6, 2), C(4, 0)$

③ $B(-7, 2), C(5, 0)$

④ $B(-7, -1), C(4, 0)$

⑤ $B(-7, -2), C(5, -1)$

해설

$B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 으로 놓으면

$$\frac{5 + x_2}{2} = -1, \frac{4 + y_2}{2} = 3,$$

$$\frac{5 + x_2 + x_3}{3} = 1, \frac{4 + y_2 + y_3}{3} = 2$$

$$\therefore x_2 = -7, y_2 = 2, x_3 = 5, y_3 = 0$$

즉, $B(-7, 2), C(5, 0)$

3. 두 직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 과 $4x + 3y + 5 = 0$ 과의 거리를 d 라 할 때 $5d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 위의 한 점 이를테면
(1, -1) 로부터 직선 $4x + 3y + 5 = 0$ 에
이르는 거리를 구하면 되므로

$$\frac{|4 \times 1 + 3 \times (-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5d = 5 \times \frac{6}{5} = 6$$

4. 평면 위의 한 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(2, 5)$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$(a + 3, b + 2) = (2, 5)$ 이므로, $a = -1, b = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 2$

5. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,

$$2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$$

$$\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$$

이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로

$$11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$$

6. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

7. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

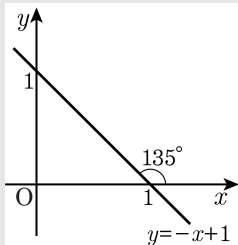
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



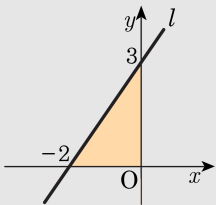
8. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도식해보면,



$$\therefore \text{빛금 친 부분의 넓이} : \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$

9. 직선 $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$ 라 할 때 $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

10. 방정식 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$ 이 원을 나타내도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < 3$

② $k > 3$

③ $0 < k < 3$

④ $k > 2$

⑤ $k < 2$

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$ 을 완전제곱식으로

나타내면 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 3 - k$

원이 되려면 반지름이 0 보다 커야 하므로

$$\sqrt{3 - k} > 0, 3 - k > 0 \quad \therefore k < 3$$

11. 중심의 좌표가 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

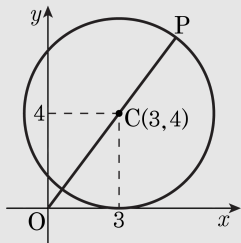
해설

이 원의 방정식은 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4^2$

다음 그림과 같이 원의 중심을 C 라 하면
원점과 중심을 지나는 직선이 원과 만나
는

두 점 중 한 점을 P 라 할 때,
 $\overline{OP}$ 가 최대이다.

$$\therefore \overline{OP} = \overline{OC} + 4 = \sqrt{3^2 + 4^2} + 4 = 9$$



12. 반지름의 길이가 5cm, 8cm 인 두 원의 중심거리가 3cm 일 때, 두 원의 위치관계는?

① 한 원이 다른 원의 외부에 있다.

② 두 원이 외접한다.

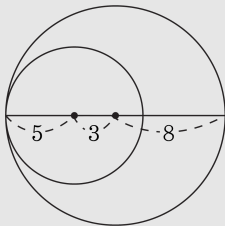
③ 두 원이 두 점에서 만난다.

④ 두 원이 내접한다.

⑤ 한 원이 다른 원의 내부에 있다.

해설

반지름이 5인 원이 반지름이 8인 원 안에
내접한다.



13. 다음 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

14. 점 $A(-2, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B 라 할 때, AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

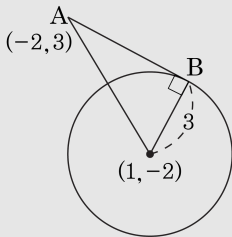
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

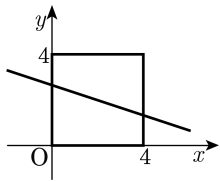
$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 $(1, -2)$, 반지름은 3 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



15. 직선의 방정식 $ax + 2y - 5 = 0$ 이 다음 그림과 같이 정사각형의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은 얼마인가?



① 2

② -1

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 직선이 정사각형의 넓이를 이등분하려면 정사각형 대각선의 교점인 중심 $(2, 2)$ 를 지나야 한다.

$$ax + 2y - 5 = 0 \text{ 에서 } 2a + 4 - 5 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

16. 직선 $3x + 4y = 0$ 에 평행하고 원점으로부터 거리가 3 인 직선 중 1 사분면을 지나는 직선의 y 절편은?

- ① 15 ② -15 ③ $\frac{15}{4}$ ④ $-\frac{15}{4}$ ⑤ 3

해설

직선을 $3x + 4y + a = 0$ 라 하면,

$$\frac{|a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \text{ 에서}$$

$$\therefore a = \pm 15$$

$$y \text{ 에 대해 정리하면 } y = -\frac{3}{4}x \pm \frac{15}{4}$$

기울기가 음수인 직선이 1 사분면을 지나기 위해서는 y 절편은 양수이어야 한다.

따라서 이 직선의 y 절편은 $\frac{15}{4}$

17. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-3)^2 + (y+4)^2 = r^2$ 의 공통접선이 모두 4 개가 되도록 하는 자연수 r 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 원의 공통접선이 4 개가 되려면 두 원의 위치 관계는 서로 다른 원의 외부에 있어야 한다.

이 때, $x^2 + y^2 = 1$ 은 중심이 $(0, 0)$,

반지름의 길이가 1 인 원이고

$(x-3)^2 + (y+4)^2 = r^2$ 은 중심이 $(3, -4)$,

반지름의 길이가 r 인 원이므로

$$\sqrt{3^2 + (-4)^2} > 1 + r$$

$$5 > 1 + r$$

$$\therefore 0 < r < 4$$

따라서, 자연수 r 은 1, 2, 3 으로 모두 3 개이다.

18. 직선 $y = mx + 5$ 가 두 점 $(2, 3)$, $(4, -1)$ 을 잇는 선분과 한 점에서 만날 때, 정수 m 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

선분과 직선이 만나려면 직선 $mx - y + 5 = 0$ 에 대하여 두 점 $(2, 3)$, $(4, -1)$ 중 한 점은 직선의 위부분에, 다른 한 점은 직선의 아랫부분에 존재해야 한다.

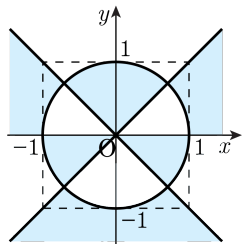
$$\text{즉, } (2m - 3 + 5)(4m - (-1) + 5) \leq 0$$

$$(m + 1)(2m + 3) \leq 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq m \leq -1$$

따라서 정수 m 은 -1 (1 개)

19. 다음 그림의 어두운 부분을 부등식으로 나타내면? (단, 경계선 포함)



- ① $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 - 1) \geq 0$
 ② $x(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 - 1) \leq 0$
 ③ $x(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 - 1) \geq 0$
 ④ $y(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 - 1) \geq 0$
 ⑤ $y(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 - 1) \leq 0$

해설

주어진 그림에서 경계선은 직선

$y = x$, $y = -x$ 와

원 $x^2 + y^2 = 1$ 및 x 축($y = 0$)이다.

따라서, $f(x, y) = y(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 - 1)$ 로 놓고

주어진 영역에 속하는점 $(2, 1)$ 을 대입하면

$f(2, 1) = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 - 12 > 0$ 이다.

이때, 경계선을 포함하므로 구하는 부등식은

$y(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 - 1) \geq 0$

20. 부등식 $x^2 + y^2 \leq 10$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

- ① -100 ② -10 ③ 10 ④ 50 ⑤ 100

해설

$x + 3y = k$ 라 하고 직선을 움직여보면
직선 $x + 3y = k$ 가 원 $x^2 + y^2 = 10$ 에
접할 때,

k 는 최댓값과 최솟값을 갖는다.

$(-3y + k)^2 + y^2 = 10$ 에서

$$9y^2 - 6ky + k^2 + y^2 - 10 = 0$$

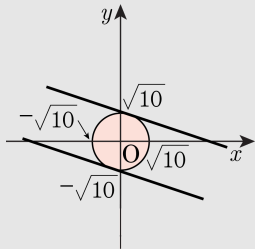
방정식 $10y^2 - 6ky + k^2 - 10 = 0$ 의 판
별식을

$$D \text{ 라 하면 } \frac{D}{4} = (-3k)^2 - 10(k^2 - 10) = 0$$

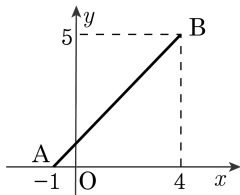
$$k^2 = 100 \quad \therefore k = \pm 10$$

따라서 최댓값은 10, 최솟값은 -10 이므로

$$Mm = -100$$



21. 두 점 $A(-1, 0)$, $B(4, 5)$ 에 대하여 두 점 A , B 로부터의 거리의 비가 $3 : 2$ 점 P 의 자취의 방정식은?



① $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 50$

② $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 60$

③ $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 70$

④ $(x-7)^2 + (y-8)^2 = 80$

⑤ $(x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$

해설

점 P 를 (x, y) 라 두
면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$

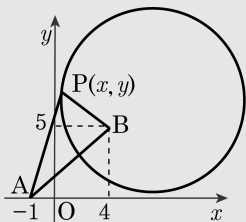
$$\overline{BP} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2}$$

$$\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2 \text{ 이 므}$$

로

$$\sqrt{(x+1)^2 + y^2} : \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 3 : 2$$

$$\text{정리하면 } (x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$$



22. 두 원 $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$ 의 공통현의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{95}$ ② $\frac{\sqrt{95}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{95}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{95}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{95}}{5}$

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 2x - (x^2 + y^2 - 4y - 1) = 0$$

$$-2x + 4y + 1 = 0, 2x - 4y - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + y^2 - 2x = 0$ 에서

$$(x-1)^2 + y^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

다음의 그림과 같이 두 원의 교점을 A, B,
 $\overline{AB}$ 의 중점을 M, 원 $\textcircled{㉡}$ 의 중심을 C(1,0)
 이라 하면

중심 C(1,0)에서 직선 $\textcircled{㉠}$ 까지의 거리
 $\overline{CM}$ 은

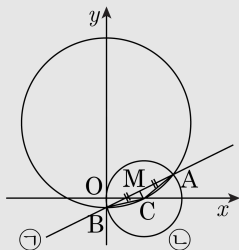
$$\overline{CM} = \frac{|2 - 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

원 $\textcircled{㉡}$ 의 반지름의 길이는 1이므로 피타
 고라스의 정리에 의하여

$$\overline{AM} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{95}}{10}$$

따라서, 공통현의 길이 $\overline{AB}$ 는

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \cdot \frac{\sqrt{95}}{10} = \frac{\sqrt{95}}{5}$$



23. 점 $(1, -1)$ 에서 원 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 에 그은 접선은 두 개 있다.
이 때, 이 두 직선의 기울기의 합은?

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

점 $(1, -1)$ 을 지나고 기울기가 m 인 접선을
 $y + 1 = m(x - 1)$, 즉 $mx - y - m - 1 = 0$ 이라고 하면
원의 중심 $(-1, 2)$ 에서 접선까지의 거리는
원의 반지름 1과 같아야 한다.

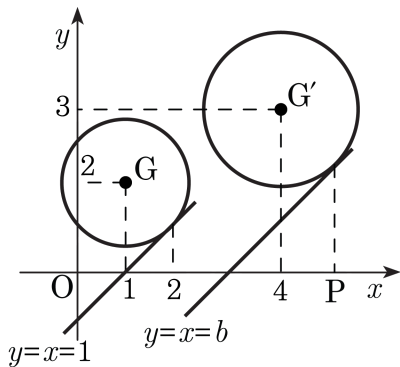
$$\text{따라서 } 1 = \frac{|-2m - 3|}{\sqrt{m^2 + 1}},$$

$$|-2m - 3| = \sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $3m^2 + 12m + 8 = 0$

따라서 두 기울기의 합은 근과 계수와의 관계에 의하여 -4이다.

24. 다음 그림과 같이 같은 크기의 두 원 $G : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$, $G' : (x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$ 가 있다. 또, 원 G 는 $x=2$ 에서 직선 $y=x-1$ 에 접하고, G' 은 $x=p$ 에서 직선 $y=x-b$ 에 접하고 있다. 이 때, $p+b$ 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

원 G' 은 원 G 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고, 원 G 의 접점의 좌표는 (2, 1)이므로 원 G' 의 접점의 좌표는 (5, 2)이다.

따라서, $p=5$ 이고, 점 (5, 2)는 직선 $y=x-b$ 위의 점이므로 $2=5-b$ 에서 $b=3$

$\therefore p+b=5+3=8$

25. 어떤 동물을 사육하는데 매일 두 영양소 A, B 가 최저 30 씩 필요하다고 한다. 약품 X, Y 안에 1g 에 들어있는 A, B 가격은 아래 표와 같다.

약품	A	B	1g의 가격
X	6	12	300
Y	8	6	200

최소의 비용으로 A, B 의 필요량을 섭취하려면, 하루에 약품 X, Y 를 얼마씩 주어야 하는가?

① $X : 2\text{g}, Y : 3\text{g}$

② $X : 1\text{g}, Y : 2\text{g}$

③ $X : 2\text{g}, Y : 4\text{g}$

④ $X : 1\text{g}, Y : 3\text{g}$

⑤ $X : 2\text{g}, Y : 1\text{g}$

해설

X 를 $x\text{g}$, Y 를 $y\text{g}$ 를 섭취한다고 하면,
가격은 $300x + 200y = k \cdots \textcircled{7}$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$6x + 8y \geq 30,$$

$$12x + 6y \geq 30$$

그래프를 그리면,

$\therefore 300x + 200y = k$ 가 $I(a, b)$ 를 지날 때 최소가 된다.

$6x + 8y = 30, 12x + 6y = 30$ 의 교점 $I(a, b)$ 을 구하면,
 $a = 1, b = 3$ 이다.

$\therefore \textcircled{7}$ 에 대입하면, $300 \times 1 + 200 \times 3 = 900$

$\therefore X = 1\text{g}, Y = 3\text{g}$ 를 섭취해야 한다.

