

1. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$ 에 대하여 $2A - 3B$ 를 계산한 식에서 x^2 의 계수는 얼마인가?

- ① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$2A - 3B$$

$$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$$

$$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$$

∴ x^2 의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.

$$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$$

2. 항등식 $A(x-1) + B(x-2) = 2x-3$ 에서 미정계수 A, B 를 구할 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.

$x=1$ 을 대입하면,

$$A(1-1) + B(1-2) = 2 \cdot 1 - 3$$

$$\therefore B = 1$$

$x=2$ 를 대입하면,

$$A(2-1) + B(2-2) = 2 \cdot 2 - 3$$

$$\therefore A = 1$$

$$\therefore A + B = 2$$

해설

계수비교법 사용

$$Ax - A + Bx - 2B = 2x - 3$$

$$(A+B)x - (A+2B) = 2x - 3$$

$$\therefore A + B = 2$$

3. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$ 이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

4. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$

④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

5. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$) 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

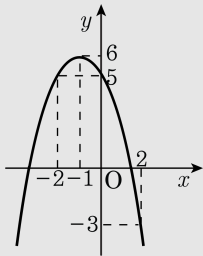
점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



6. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

7.
$$\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$$
 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 일 때,
 $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - 3x \leq 0 \text{에서}$$

$$x(x-3) \leq 0 \text{이므로}$$

$$0 \leq x \leq 3 \cdots (가)$$

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \text{에서}$$

$$(x-1)(x-4) < 0 \text{이므로}$$

$$1 < x < 4 \cdots (나)$$

(가), (나)에 의해

$$1 < x \leq 3 \text{이므로}$$

$$\alpha = 1, \beta = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R = (2x - 1) \frac{1}{2} Q(x) + R$$

9. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x+1$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\&= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\&= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\&= (x^2+2x-3)Q'(x) + 2x+1\end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

10. 다음 중 $x(x+1)(x+2)(x+3) - 24$ 의 인수인 것은?

① $(x-4)$

② $(x+1)$

③ $(x^2 - 3x + 6)$

④ $(x^2 + 3x + 6)$

⑤ $(x^2 - 3x - 6)$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3) - 24 \\ &= x(x+3)(x+1)(x+2) - 24 \\ &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 24 \\ & \quad x^2 + 3x = X \text{로 치환하면} \\ & X(X+2) - 24 = X^2 + 2X - 24 \\ &= (X+6)(X-4) \\ &= (x^2 + 3x + 6)(x^2 + 3x - 4) \\ &= (x^2 + 3x + 6)(x-1)(x+4) \end{aligned}$$

11. $2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$ 의 인수인 것은?

① $2x + y + 1$

② $2x + y - 1$

③ $2x - y - 1$

④ $x + 2y + 1$

⑤ $x - 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1 \\ &= 2x^2 + (5y - 1)x + (y + 1)(2y - 1) \\ &= (x + 2y - 1)(2x + y + 1) \end{aligned}$$

12. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{(가)}}a + \boxed{\text{(나)}}(b-c) \\
 &= \boxed{\text{(다)}} \{a^2 - \boxed{\text{(라)}}a + \boxed{\text{(나)}}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{(마)}}
 \end{aligned}$$

① (가) $(b^2 - c^2)$

② (나) bc

③ (다) $(b-c)$

④ (라) $(b+c)$

⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)}a + \boxed{bc}(b-c) \\
 &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)}a + \boxed{bc}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
 \end{aligned}$$

13. x, y 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

$$= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3$$

$$= -(x - 1)^2 - (y - 2)^2 + 8$$

x, y 는 실수이므로 $(x - 1)^2 \geq 0, (y - 2)^2 \geq 0$

따라서 $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은

$x - 1 = 0, y - 2 = 0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

14. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a > b$, $c < 0$ 일 때, 다음 보기 중 항상 옳은 것을 모두 고르면 몇 개인가?

(1) $ac < bc$

(2) $a^2 > b^2$

(3) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

(4) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(5) $a^3 > b^3$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

(1) $a > b$, $ac < bc \Rightarrow (\bigcirc)$

(2) (반례) $a = 1$, $b = -2$

$1 > -2$, $(1)^2 < (-2)^2 \Rightarrow (\times)$

(3) $a > b$, $\frac{a}{c} < \frac{b}{c} \Rightarrow (\bigcirc)$

(4) (반례) $1 > -2$, $1 > -\frac{1}{2} \Rightarrow (\times)$

(5) $a^3 > b^3 \Rightarrow (\bigcirc)$

$\therefore$ 참 : (1), (3), (5)

15. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$$\therefore k = -6$$

16. 자연수 $N = 5 \cdot 29^3 + 15 \cdot 29^2 + 15 \cdot 29 + 5$ 의 양의 약수의 개수는?

① 20 개

② 40 개

③ 60 개

④ 80 개

⑤ 100 개

해설

주어진 N 의 값을 직접 계산하여 다시 소인수분해 하기는 너무 복잡하므로,

주어진 수들을 하나의 문자로 생각하여 5로 묶으면

$$N = 5(29^3 + 3 \cdot 29^2 + 3 \cdot 29 + 1)$$

$$= 5(29 + 1)^3$$

$$= 5 \cdot 30^3$$

$$= 5 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^3$$

$$= 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4$$

따라서 N 의 양의 약수의 개수는

$$(3 + 1)(3 + 1)(4 + 1) = 80$$

17. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a - b)(a - c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a - b)(a - c) + (b - c)(b - a) + (c - a)(c - b) = 0$$

$$\text{전개하여 정리하면 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a - b)(a - c) = 0$$

18. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + bi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$ 의 곱 $z\bar{z} = 5$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z + \frac{5}{z} \right)$ 를 간단히 하면?

① b

② $2b$

③ 0

④ $5a$

⑤ a

해설

$$z\bar{z} = 5, \quad \bar{z} = \frac{5}{z}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(z + \frac{5}{z} \right) = \frac{1}{2} (z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a$$

19. 이차방정식 $ax(x-1) + bx(x-1) + c(x^2+1) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\frac{c}{(\alpha-1)(\beta-1)}$ 의 값은?

① $\frac{a+b+c}{2}$

② $a+b+c$

③ $ab+bc+ca$

④ $\frac{ab+bc+ca}{2}$

⑤ abc

해설

(Ⅰ) 주어진 식을 정리하면

$$(a+b+c)x^2 - (a+b)x + c = 0 \quad (a+b+c \neq 0)$$

$$\alpha + \beta = \frac{a+b}{a+b+c}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a+b+c}$$

$$(Ⅱ) (\text{준식}) = \frac{c}{\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1}$$

$$= \frac{c(a+b+c)}{c - (a+b) + (a+b+c)}$$

$$= \frac{c(a+b+c)}{2c} = \frac{a+b+c}{2}$$

20. 이차방정식 $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하자. α^2, β^2 이 방정식 $x^2 - 3px + 4(q-1) = 0$ 의 두 근일 때, p 의 값은?

① -4 또는 1

② -3 또는 2

③ -2 또는 3

④ -1 또는 4

⑤ 2 또는 5

해설

$$\alpha + \beta = p, \alpha\beta = q \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 3p, \alpha^2\beta^2 = 4(q-1) \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$\therefore 3p = p^2 - 2q \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2$$

$$\therefore 4(q-1) = q^2 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉣} \text{에서 } q^2 - 4q + 4 = 0, (q-2)^2 = 0$$

$$\therefore q = 2$$

㉢에 대입하여 정리하면,

$$p^2 - 3p - 4 = 0, (p+1)(p-4) = 0$$

$$\therefore p = -1, 4$$