

1. 다음 중 유한집합인 것을 모두 고른 것은?

- ☐㉠ 5의 배수의 집합

☐㉡ 5와 6 사이의 자연수

☐㉢ 짝수의 집합

☐㉤ 100보다 큰 3의 배수의 집합

☐㉥ 우리나라 중학생의 집합

☐㉦ 1보다 작은 자연수의 집합

- ☐① ㉠, ㉡, ㉢

☐② ㉢, ㉤, ㉥

☐③ ㉤, ㉥, ㉦

☐④ ㉠, ㉤, ㉥

☒⑤ ㉡, ㉥, ㉦

해설

- ☐㉠ {5, 10, 15, ...} 이므로 무한집합이다.
- ☐㉡ 5와 6 사이에는 자연수가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ☐㉢ {2, 4, 6, ...} 이므로 무한집합이다.
- ☐㉤ {102, 105, 108, 111, ...} 이므로 무한집합이다.
- ☐㉥ 중학생의 수는 한정되어 있으므로 유한집합이다.
- ☐㉦ 1보다 작은 자연수는 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

2. -8 의 세제곱근 중에서 실수를 a , 16 의 네제곱근 중에서 실수를 b 라 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$a = -2$$

$$b = 2 \text{ or } -2$$

$$a + b^2 = -2 + 4 = 2$$

3. $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2, \\ f(4) &= f(9) = 3 \\ f(6) &= f(8) = f(10) = 4 \\ \therefore f(X) &= \{1, 2, 3, 4\} \end{aligned}$$

4. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{ 이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

5. 이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

6. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 이므로 } a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$$

7. 다음 수열에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.

1, 2, 4, 7, 11, a , b , ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

$\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$

 1 2 3 4 5 6

$\therefore a = 16, b = 22$

$a + b = 16 + 22 = 38$

8. 어느 마을의 가구 수는 50 가구이다. A 신문을 보는 가구 수는 25가구, B 신문을 보지 않는 가구 수는 20가구, A 신문만 보는 가구 수는 18 가구일 때, B 신문만 보는 가구 수를 구하면?
- ① 20 가구 ② 21 가구 ③ 22 가구
④ 23 가구 ⑤ 24 가구

해설

전체 마을 가구 수를 U , A 신문을 보는 가구 수를 A , B 신문을 보는 가구 수를 B 라 하자.

$n(U) = 50, n(A) = 25, n(B^c) = 20, n(A - B) = 18$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 50 - 20 = 30$ 이고
 $n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 25 - 18 = 7$ 이다.
따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 7 = 23$ 이다.

9. 자연수 n 에 대하여 $n(n+1)(n+2)$ 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $f(1) = 6, f(2) = 4$ 이다. 이 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20)$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$n = 1 \text{ 이면 } 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \quad \therefore f(1) = 6$$

$$n = 2 \text{ 이면 } 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \quad \therefore f(2) = 4$$

$$n = 3 \text{ 이면 } 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \quad \therefore f(3) = 0$$

$$n = 4 \text{ 이면 } 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \quad \therefore f(4) = 0$$

$$n = 5 \text{ 이면 } 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \quad \therefore f(5) = 0$$

$$n = 6 \text{ 이면 } 6 \cdot 7 \cdot 8 = \times \times 6 \quad \therefore f(6) = 6$$

$$n = 7 \text{ 이면 } 7 \cdot 8 \cdot 9 = \times \times 4 \quad \therefore f(7) = 4$$

$$n = 8 \text{ 이면 } 8 \cdot 9 \cdot 10 = \times \times 0 \quad \therefore f(8) = 0$$

⋮

따라서 6, 4, 0, 0, 0 이 반복하여 나타남을 알 수 있다.

$$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20) = (6 + 4 + 0 + 0 + 0) \times 4 = 40$$

10. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이고, $f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 1$ 를 만족할 때, $2f(1) + f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(3) = 1$ ($\because f(2) = 3$)
함수 f 가 일대일 대응이므로 $f(1) = 2$ 이다.
 $\therefore 2f(1) + f(3) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

11. $f^{-1}(x) = \frac{2}{x+1}$ 일 때, 역함수의 성질을 이용하여 다음 함수를 구하면?

$(g \circ f)(x) = \frac{2x-1}{x}$ 을 만족하는 함수 $g(x)$

- ① $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

② $g(x) = -\frac{1}{3}x + 1$

③ $g(x) = \frac{1}{2}x - 3$

④ $g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{5}$

⑤ $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

해설

$$p(x) = \frac{2x-1}{x} \text{로 놓으면 } g \circ f = p \text{ 이므로}$$
$$(g \circ f) \circ f^{-1} = p \circ f^{-1} \quad \therefore g = p \circ f^{-1}$$
$$\therefore g(x) = (p \circ f^{-1})(x)$$
$$= p(f^{-1}(x)) = p\left(\frac{2}{x+1}\right)$$
$$= \frac{2 \cdot \frac{2}{x+1} - 1}{\frac{2}{x+1}}$$
$$= \frac{\frac{x+1}{4-(x+1)}}{\frac{x+1}{2}}$$
$$= \frac{\frac{x+1}{-x+3}}{\frac{x+1}{2}} = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

12. $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{a-b}{a+b}$ 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $-\frac{1}{5}$

③ $-\frac{1}{4}$

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{2}, \quad 3a = 2b$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}b$$

$$(\text{준 식}) = \frac{\frac{2}{3}b - b}{\frac{2}{3}b + b} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}} = -\frac{1}{5}$$

13. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분이 a , 소수 부분이 b 라 할 때, $\frac{1}{b}-a$ 의 값을 구하면?

㉠ $1+\sqrt{3}$

㉡ $2+\sqrt{3}$

㉢ $2-\sqrt{3}$

㉣ $3+\sqrt{3}$

㉤ $3-\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{12-6\sqrt{3}}=\sqrt{12-2\sqrt{27}}=3-\sqrt{3}$$

따라서 $a=1$, $b=2-\sqrt{3}(\because 1<\sqrt{3}<2)$

$$\therefore \frac{1}{b}-a=\frac{1}{2-\sqrt{3}}-1=1+\sqrt{3}$$

14. $\log_2 x = 5.2$ 일 때, $\log \frac{1}{x}$ 의 소수 부분은 ? (단, $\log 2 = 0.30$)

- ① 0.32 ② 0.36 ③ 0.40 ④ 0.44 ⑤ 0.48

해설

$$\log_2 x = 5.2 \text{ 이므로 } \frac{\log x}{\log 2} = 5.2, \log x = 1.56$$

$$\log \frac{1}{x} = -\log x = -1.56 = -2 + 0.44$$

$$\therefore \log \frac{1}{x} \text{ 의 소수 부분은 } 0.44$$

15. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

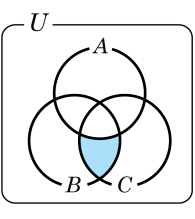
▶ 답 :

▷ 정답 : 2.44

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 275 &= \log_{10}^{25 \times 11} = 2 \log_{10}^5 + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - \log_{10}^2) + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - 0.301) + 1.041 \\ &= 2.439 \\ \text{소수 셋째 자리에서 반올림하면 } 2.44\end{aligned}$$

16. 전체집합 U 에 대하여 세 부분집합 A, B, C 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 색칠된 부분을 나타내는 집합을 모두 고르면?



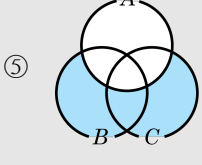
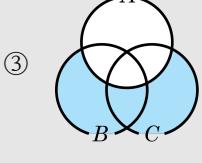
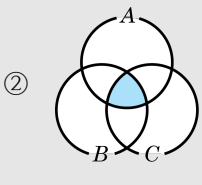
- ① $A^c \cap B \cap C$

③ $(B \cup C) - A$

⑤ $(B - A) \cup (C - A)$
- ② $A \cap B \cap C$

④ $(B \cap C) - A$

해설



17. 임의의 집합 X 에 대하여 집합 A, B 가 $A \cap (B \cup X) = A \cup (B \cap X)$ 를 만족할 때, 다음 중 집합 A, B 의 관계로 옳은 것은?

① $A = B$

② $A \subset B^c$

③ $A \cup B = U$

④ $A = \emptyset$

⑤ $A \cap B = \emptyset$

해설

집합 X 가 임의의 집합이므로 $X = \emptyset$ 일 때와 $X = U$ (U 는 전체 집합)일 때를 생각해 본다.

i) $X = \emptyset$ 일 때, $A \cap (B \cup \emptyset) = A \cap B$,
 $A \cup (B \cap \emptyset) = A \cup \emptyset = A$ 이므로 $A \cap B = A$
 $\therefore A \subset B$

ii) $X = U$ 일 때, $A \cap (B \cup U) = A \cap U = A$,
 $A \cup (B \cap U) = A \cup B$ 이므로 $A = A \cup B$
 $\therefore B \subset A$

i), ii)에서 $A = B$

또, 역으로 $A = B$ 이면 주어진 식을 만족한다.

18. 두 집합 $A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 일 때 $a-b$ 는?

① -5

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

$A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A-B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 이므로 A 에는 있고 B 에는 없는 원소는 0 과 1 이며 두 집합에 모두 있는 원소는 3 이다.

따라서 $a+1 = 3$ 또는 $b = 3$ 임을 알 수 있다.

1) $a+1 = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 2$, $b = 1$ 이므로 $B = \{2, 1, 3\}$ 이 되어 $A \cap B = \{3\}$ 에 부적합.

2) $b = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 0$, $b = 3$ 이므로 $B = \{-3, 3, 6\}$ 조건에 합치.

$\therefore a-b = -3$

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A - B) - n(B - A)$ 는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 29 = 7$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 7 = 13$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$$

$$\therefore n(A - B) - n(B - A) = 13 - 9 = 4$$

20. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = 3^n - 10 \left[\frac{3^n}{10} \right] \ (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의할 때,
 $\sum_{k=1}^{50} a_n$ 의 값을 구하여라.
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

해설

$$a_1 = 3 - 10 \left[\frac{3}{10} \right] = 3 - 10 \times 0 = 3,$$

$$a_2 = 9 - 10 \left[\frac{9}{10} \right] = 9 - 10 \times 0 = 9,$$

$$a_3 = 27 - 10 \left[\frac{27}{10} \right] = 27 - 10 \times 2 = 7,$$

$$a_4 = 81 - 10 \left[\frac{81}{10} \right] = 81 - 10 \times 8 = 1,$$

$$a_5 = 243 - 10 \left[\frac{243}{10} \right] = 243 - 10 \times 24 = 3, \dots$$

즉, a_n 은 3^n 의 일의 자리 수이고, 3, 9, 7, 1이 차례대로 반복된다.

$$\sum_{k=1}^{50} a_n = 12(3 + 9 + 7 + 1) + 3 + 9 = 252$$

21. $a > 0$ 이고, $\frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}} = 6$ 일 때, a^{2x} 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{5}$

③ 1

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}} = 6 \text{ 에서}$$

$$a^x + a^{-x} = 6(a^x - a^{-x}), \quad 5a^x = 7a^{-x}$$

양변에 a^x 를 곱하면

$$5a^{2x} = 7$$

$$\therefore a^{2x} = \frac{7}{5}$$