1. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	6
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	8
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	3
합계	20

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4\times 6+6\times 3+8\times 8+10\times 3}{20}$$
$$= \frac{24+18+64+30}{20} = 6.8(\text{회})$$

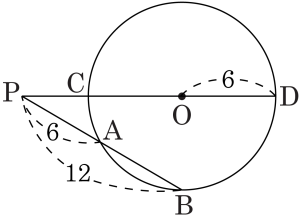
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2\times 6+(6-7)^2\times 3+(8-7)^2\times 8+(10-7)^2\times 3\}$$
$$= \frac{1}{20}(54+3+8+27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

2. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PA}=6, \overline{PB}=12$, 반지름의 길이가 6 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

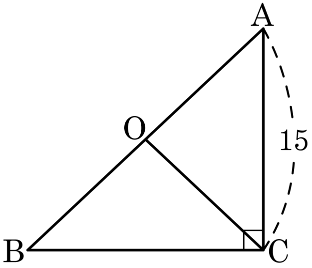
▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

해설

$\overline{PO}=x$ 라 하면 $(x-6)(x+6)=6\times 12$

$$x^2-36=72, x^2=108, x=6\sqrt{3}$$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로

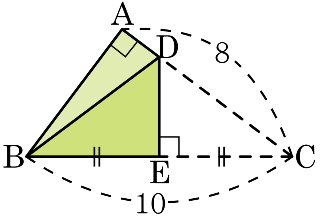
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.

높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$$

$\therefore x = 16$

4. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, $\overline{AD}$ 의 값은?



① $\frac{1}{5}$ ② 3 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$\angle C$ 는 공통, $\angle CED = \angle CAB$ 이므로

$\triangle CED \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)

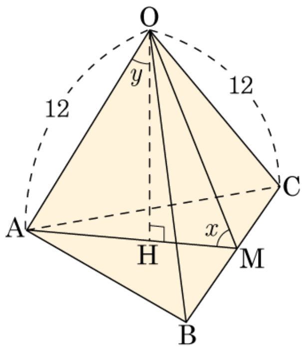
$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{CD} : \overline{CB}$

$5 : 8 = \overline{CD} : 10$

$8\overline{CD} = 50 \qquad \therefore\ \overline{CD} = \frac{25}{4}$

$\therefore\ \overline{AD} = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$

5. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 12 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OMH = x$, $\angle AOH = y$ 라 할 때, $\sin x \times \tan y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

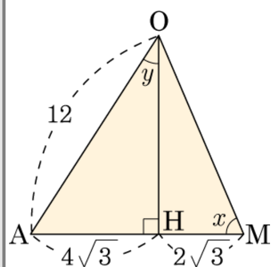
$$\overline{AH} = \overline{AM} \times \frac{2}{3} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{HM} = 2\sqrt{3}$$

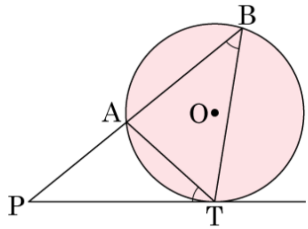
$$\overline{OM} = \overline{AM} = 6\sqrt{3}$$

$$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin x \times \tan y &= \frac{\overline{OH}}{\overline{OM}} \times \frac{\overline{AH}}{\overline{OH}} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{6\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{6}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$



6. 다음은 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그은 접선과 할선이 원 O와 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$ 임을 설명한 것이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례로 써넣어라.



보기

$\triangle$PAT와 $\triangle$PTB에서
$\angle PTA = \boxed{}$, $\angle P$는 공통
$\therefore$ $\triangle PAT \backsim \triangle PTB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{PA} : \boxed{} = \boxed{} : \overline{PB}$
즉, $\boxed{} = \overline{PA}\times\overline{PB}$이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle PBT$

▷ 정답 : $\overline{PT}$

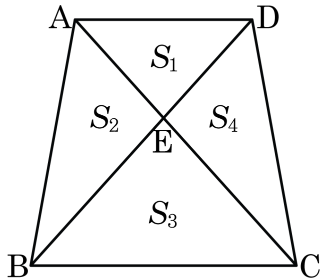
▷ 정답 : $\overline{PT}$

▷ 정답 : $\overline{PT}^2$

해설

$\triangle$PAT와 $\triangle$PTB에서
$\angle PTA = \angle PBT$, $\angle P$는 공통
$\therefore$ $\triangle PAT \backsim \triangle PTB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{PA} : \overline{PT} = \overline{PT} : \overline{PB}$
즉, $\overline{PT}^2 = \overline{PA}\times\overline{PB}$이다.

7. 다음과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AD}:\overline{BC}=2:3$ 인 사다리꼴 ABCD 를 대각선을 따라 네 부분으로 나누었다. 이때, $\dfrac{S_1+S_3}{S_2+S_4}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{12}$

해설

삼각형 ADE 와 BCE 는 닮은 도형이고, 닮음비는 $2:3$ 이므로 넓이비는 $4:9$

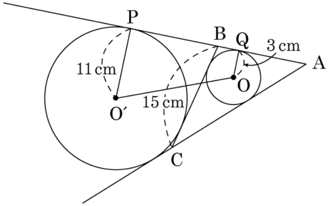
삼각형 ADE 의 넓이를 $4S$, BCE 의 넓이를 $9S$ 라 하면

$\triangle ABE:\triangle ADE=3:2,\ \triangle ABE=6S$,

$\triangle CDE:\triangle ADE=3:2,\ \triangle CDE=6S$

$\therefore\ \dfrac{S_1+S_3}{S_2+S_4}=\dfrac{4S+9S}{6S+6S}=\dfrac{13}{12}$

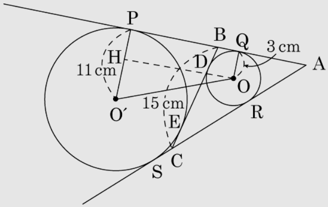
8. 다음 그림에서 원 O, O′ 은 각각 △ABC 의 내접원, 방접원이다. $\overline{O'P} = 11\text{cm}$, $\overline{OQ} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{O'O}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 17 cm

해설



다음 그림에서 $\overline{PB} = \overline{BE}$, $\overline{BD} = \overline{BQ}$ 이므로

$\overline{PQ} = \overline{PB} + \overline{BQ} = \overline{BE} + \overline{BD} \cdots$ ㉠

또, $\overline{CS} = \overline{CE}$, $\overline{CR} = \overline{CD}$ 이므로

$\overline{RS} = \overline{RC} + \overline{CS} = \overline{CD} + \overline{CE} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{PQ} + \overline{RS} = (\overline{BE} + \overline{CE}) + (\overline{BD} + \overline{CD}) = 2\overline{BC}$

$\therefore\ 2\overline{PQ} = 2\overline{RS} = 2\overline{BC}$ ($\because \overline{PQ} = \overline{RS}$)

$\therefore\ \overline{PQ} = \overline{BC} = 15(\text{cm})$

△OO′H 에서 $\overline{O'H} = 11 - 3 = 8(\text{cm})$ 이므로

$\overline{OO'} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

$\therefore\ \overline{OO'} = 17(\text{cm})$