1. $\sqrt{a^2} = 4$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

① 2 ② -2 ③ ± 2 ④ 4 ⑤ ± 4

해설

양변을 제곱하면, $a^2 = 16$

$\therefore a = \pm 4$

2. 16 의 제곱근 중 작은 수와 121 의 제곱근 중 큰 수의 합을 구하면?

① -7 ② 4 ③ 7 ④ 15 ⑤ 20

해설

16 의 제곱근은 ± 4 이고 121 의 제곱근은 ± 11 이다. 16 의 제곱근 중 작은 수는 -4 이고 121 의 제곱근 중 큰 수는 11 이다. $11-4$ 는 7 이다.

3. 다음 중 제곱근을 구할 수 없는 수를 모두 고르면?

① -4 ② 4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

4. $x > 2$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(2-x)^2}$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x > 2$ 이므로 $x - 2 > 0$, $2 - x < 0$

(준식) $= (x-2) - \{-(2-x)\}$

$= (x-2) - (x-2) = 0$

5. $3 < x < 4$ 일 때, $\sqrt{(3-x)^2} - \sqrt{(x-4)^2}$ 을 간단히 하면?

① $2x-1$　② $2x-3$　③ $2x-5$
④ $2x-7$　⑤ $2x-9$

해설

$3-x<0$ 이고 $x-4<0$ 이므로
(준식)$=-(3-x)+(x-4)=2x-7$

6. a의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면?

① 0　　② $-2a-4$　　③ -4

④ $-2a$　　⑤ $2a$

해설

$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0\text{일 때,} & a \\ a < 0\text{일 때,} & -a \end{cases}$ 이므로

$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a+2-a-2 = -2a$

7. $2 \le \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$2 \le \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \le \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \le x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

8. $\sqrt{x} < 3$ 인 자연수 x 는 몇 개인가?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 10 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{x} < \sqrt{9}$ 에서 $x < 9$
따라서 9 보다 작은 자연수는 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 의 8 개이다.

9. 다음 중 부등식 $4 < \sqrt{x} \leq 5$ 를 만족하는 자연수 x 가 <u>아닌</u> 것은?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$4 = \sqrt{16} < \sqrt{x} \leq 5 = \sqrt{25}$

$\therefore x = 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25$

10. $\sqrt{45}+\sqrt{15}\times\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{10}\div\sqrt{2}=x\sqrt{5}$ 를 만족하는 상수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\sqrt{9\times5}+3\sqrt{\frac{15}{3}}-\sqrt{\frac{10}{2}}=3\sqrt{5}+3\sqrt{5}-\sqrt{5}$$
$$=5\sqrt{5}$$

$\therefore x=5$

11. $A = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{6} - \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{2}A - \sqrt{3}B$ 의 값은?

① $\sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$
② $\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 5$
③ $\sqrt{6} - 3\sqrt{2} - 5$
④ $-\sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$
⑤ $-\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 5$

해설

$\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3}) = \sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$

12. $\dfrac{\sqrt{10}-3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 하면?

① $\sqrt{2}-3$　② $\sqrt{2}-2$　③ $\sqrt{2}-1$
④ $\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{2}+1$

해설

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{10}-3\sqrt{5})\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{50}-15}{5}\\ &= \frac{5\sqrt{2}-15}{5}\\ &= \sqrt{2}-3\end{aligned}$$

13. $\dfrac{4}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면?

① $4\sqrt{3}+8$　② $-4\sqrt{3}+8$　③ $-4\sqrt{3}-8$
④ $-4\sqrt{3}+2$　⑤ $-4\sqrt{3}-2$

해설

$$\frac{4(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}=\frac{4\sqrt{3}+8}{-1}=-4\sqrt{3}-8$$

14. $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$ 의 분모를 유리화할 때, 다음 중에서 어떤 수를 분모, 분자에 곱하면 가장 편리한가?

① $\sqrt{3}$　　② $2-\sqrt{3}$　　③ -2

④ $2+\sqrt{3}$　　⑤ $-2+\sqrt{3}$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$$

15. 다음 중 $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$을 바르게 유리화한 것은?

① $2-\sqrt{2}$　② $1+\sqrt{2}$　③ $4-2\sqrt{2}$
④ $5+\sqrt{2}$　⑤ $3-2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=3-2\sqrt{2}$$

16. 다음 보기 중 순환하지 않는 무한소수는 모두 몇 개인가?

$\frac{\sqrt{16}}{3}$, $\sqrt{7}-4$, 3.14 , $0.2\dot{3}$, $-\sqrt{0.01}$, $\sqrt{49}$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다. 즉 무리수가 몇 개인지 고르면 된다.

$\frac{\sqrt{16}}{3} = \frac{4}{3}$ (유리수), $\sqrt{7}-4$ (무리수),

3.14 (유리수), $0.2\dot{3}$ (유리수),

$-\sqrt{0.01} = -0.1$ (유리수), $\sqrt{49} = 7$ (유리수)

$\therefore$ 순환하지 않는 무한소수(무리수)는 1 개

17. 다음 무리수가 <u>아닌</u> 수는?

① $\sqrt{8}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $-\sqrt{0.01}$
④ $\sqrt{3}+3$ ⑤ $\sqrt{3}-1$

해설

③ $-\sqrt{0.01}=-0.1$

18. 다음 중 유리수가 아닌 수를 모두 고르면? (정답 2개)

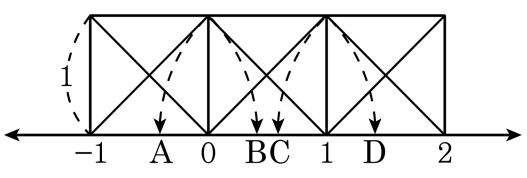
① $-\sqrt{0.16}$ ② $\sqrt{0.3}$ ③ $\sqrt{2}-1$

④ 1.27 ⑤ $-\sqrt{4}$

해설

$-\sqrt{0.16}=-0.4$, $-\sqrt{4}=-2$ 이므로 유리수이다.

19. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1+\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



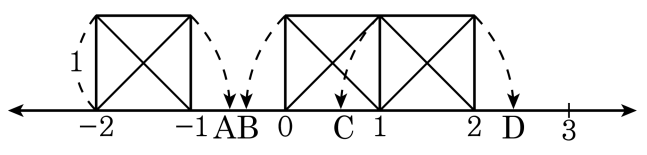
① A　　② B　　③ C

④ D　　⑤ 알 수 없다.

해설

B : $-1+\sqrt{2}$

20. 다음 그림을 보고 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $\mathrm{A}\left(-2+\sqrt{2}\right)$

② $\overline{\mathrm{AB}}=3-2\sqrt{2}$

③ $\overline{\mathrm{CD}}=-1+2\sqrt{2}$

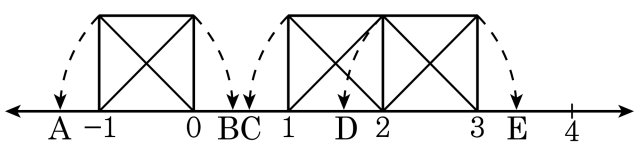
④ $\mathrm{D}\left(1+\sqrt{2}\right)$

⑤ $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{2}$

해설

⑤ $\mathrm{B}(1-\sqrt{2}), \mathrm{C}(2-\sqrt{2})$ 이므로 $\overline{\mathrm{BC}}=(2-\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})=1$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E 의 좌표를 옳게 구한 것은?



① A$(-1-\sqrt{2})$ ② B$(\sqrt{2})$ ③ C$(1-\sqrt{2})$

④ D$(3-\sqrt{2})$ ⑤ E$(2-\sqrt{2})$

해설

A$(-\sqrt{2})$, B$(-1+\sqrt{2})$, C$(2-\sqrt{2})$,D$(3-\sqrt{2})$, E$(2+\sqrt{2})$ 이므로 ④이다.

22. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{7}=b$ 라 할 때, $\sqrt{84}$ 를 a, b 를 사용하여 나타내면?

① $\sqrt{ab}$ ② $2\sqrt{ab}$ ③ $4\sqrt{ab}$ ④ $2ab$ ⑤ $4ab$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{84} &= 2\sqrt{21}\\ &= 2\sqrt{3}\times\sqrt{7}=2ab\end{aligned}$$

23. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 라고 할 때, 12 를 x, y 를 이용해 나타낸 것으로 옳은 것은?

① x^4y^3 ② x^4y^2 ③ x^7 ④ x^3y^3 ⑤ x^3y^4

해설

$12 = \sqrt{144} = \sqrt{2^4 3^2} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{3^2} = x^4y^2$

24. $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{3}=b$, $\sqrt{5}=c$ 일 때,
$\sqrt{360}=6(\qquad)$로 나타낼 때, $(\qquad)$에 들어갈 것은?

① ac　　② $\sqrt{a}\sqrt{c}$　　③ $\sqrt{b}\sqrt{c}$
④ bc　　⑤ abc

해설

$\sqrt{360}=\sqrt{3^2\times2^3\times5}=6\sqrt{2}\sqrt{5}=6ac$

25. x 가 유리수 일 때, $(2+x\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 x 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=\frac{2}{3}$

해설

식 $(2+x\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=6-2\sqrt{2}+3x\sqrt{2}-2x$ 가 유리수가 되어야 하므로 $-2\sqrt{2}+3x\sqrt{2}=0$ 이 되어야 한다. 따라서 $-2+3x=0$ 이므로 $x=\frac{2}{3}$ 이다.

26. $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2}-2)$ 가 유리수가 되도록 유리수 a 의 값을 정하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$2\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{3}}-2\sqrt{6}\times\sqrt{6}-\frac{a}{\sqrt{2}}\times4\sqrt{2}+\frac{a}{\sqrt{2}}\times2$

$=2\sqrt{2}-12-4a+a\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}(2+a)-12-4a$

유리수가 되기 위해서 $a+2=0$

$\therefore\ a=-2$

27. $3(3-a\sqrt{2})-\sqrt{3}(a\sqrt{3}-2\sqrt{6})$ 을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

① 2　　② -2　　③ 3　　④ -3　　⑤ 4

해설

$9-3a\sqrt{2}-3a+2\sqrt{18}$
$=(9-3a)+(6-3a)\sqrt{2}$
유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.
$\therefore\ 6-3a=0,\ a=2$

28. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낸 것 중 <u>잘못된</u> 것은 모두 몇 개인가?

25 의 제곱근$= \pm 5$ $\sqrt{0.9} = 0.3$ $0.\dot{1}$ 의 제곱근$= \pm\frac{1}{9}$ $-\sqrt{\frac{4}{49}} = -\frac{2}{7}$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 없다

해설

$\sqrt{0.9} \rightarrow 0.9$ 가 제곱수가 아니므로 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

$0.\dot{1}$ 의 제곱근 $\rightarrow 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$ 이므로 제곱근은 $\pm\frac{1}{3}$ 이다.

29. $a > 0,\ b > 0$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$

② $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$

③ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

④ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{a+b}$

⑤ $a > b$ 이면 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

해설

$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

30. 다음 중 옳은 것은?

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

② $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ 1.6 의 제곱근은 ± 0.4 이다.

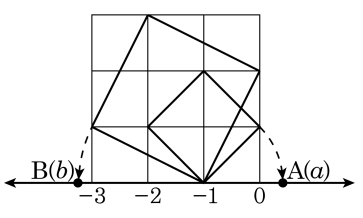
④ 0 의 제곱근은 없다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

해설

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.
③ 1.6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.6}$ 이다.
④ 0 의 제곱근은 0 이다.
⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = -a$ 이다.

31. 다음 그림을 보고 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?(단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.

② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.

③ A의 좌표는 $A(-1+\sqrt{2})$ 이다.

④ B의 좌표는 $B(-1-\sqrt{5})$ 이다.

⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{(-1-\sqrt{5})+(-1+\sqrt{2})}{2} = \frac{-2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$ 이다.

32. 다음 보기의 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.

㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.

㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

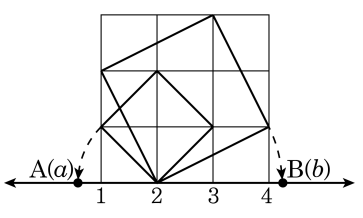
① ㉠,㉡ ② ㉡,㉣ ③ ㉠,㉢,㉣

④ ㉡,㉣,㉤ ⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤

해설

㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다,
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

33. 다음 그림을 보고 옳은 것을 고르면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



보기

㉠ A 의 좌표는 $A(-\sqrt{2})$ 이다.

㉡ B 의 좌표는 $B(2+\sqrt{5})$ 이다.

㉢ a 는 수직선 A 를 제외한 수직선 위의 다른 점에 한 번 더 대응한다.

㉣ a , b 사이에는 무수히 많은 실수가 존재한다.

㉤ a 와 b 는 유리수이다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉣
④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ A 의 좌표는 $A(2-\sqrt{2})$ 이다.
㉢ 모든 실수와 수직선 위의 점은 일대일로 대응하므로 a 는 수직선 A 에만 대응한다.
㉤ a 와 b 는 무리수이다.

34. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $3-\sqrt{3}<-\sqrt{3}$	㉡ $3-\sqrt{5}>\sqrt{5}-\sqrt{8}$
㉢ $-1>-\sqrt{5}$	㉣ $\sqrt{7}-\sqrt{10}<-3+\sqrt{7}$
㉤ $1-\sqrt{\frac{1}{2}}<-\sqrt{\frac{2}{3}}+1$	

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $3-\sqrt{3}-\left(-\sqrt{3}\right)=3>0$

$\therefore\ 3-\sqrt{3}>-\sqrt{3}$

㉤ $1-\sqrt{\frac{1}{2}}-\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}+1\right)=\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{\frac{1}{2}}>0$

$\therefore\ 1-\sqrt{\frac{1}{2}}>-\sqrt{\frac{2}{3}}+1$

35. 다음 두 수의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $3-\sqrt{3}<5-\sqrt{5}$　　② $\sqrt{0.3}<0.3$

③ $4\sqrt{3}-1<3\sqrt{5}-1$　　④ $5<\sqrt{3}+3$

⑤ $2\sqrt{6}+2<3\sqrt{2}+2$

해설

① $-2<-\sqrt{3}<-1$ 이므로 $1<3-\sqrt{3}<2$
$-3<-\sqrt{5}<-2$ 이므로 $2<5-\sqrt{5}<3$
$\therefore\ 3-\sqrt{3}<5-\sqrt{5}$
나머지의 부등호의 바른 방향은 모두 반대 방향으로 바뀐다.

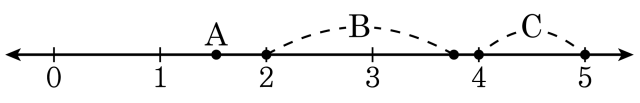
36. 다음 중 대소 비교를 올바르게 한 것은?

① $\sqrt{2}+1=3$
② $\sqrt{2}<1.4$
③ $1>\sqrt{1}$
④ $\sqrt{15}<14$
⑤ $\sqrt{5}+\sqrt{6}<2+\sqrt{6}$

해설

① $\sqrt{2}+1<3$
② $\sqrt{2}>1.4$
③ $1=\sqrt{1}$
⑤ $\sqrt{5}+\sqrt{6}>2+\sqrt{6}$

37. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.

㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.

㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)

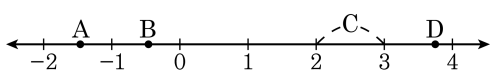
㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼편에 위치한다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17}$ ~ $\sqrt{24}$, 총 8 개이다.

38. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



① $\sqrt{15}$ 는 3 과 4 사이에 위치한다.

② $-\sqrt{2}$ 는 점 B 에 위치한다.

③ A 와 B 사이에는 무한 개의 유리수가 존재한다.

④ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ 중 구간 C 에 속하는 무리수는 모두 7 개이다.

⑤ $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 D 이다.

해설

② $-\sqrt{2}$ 는 점 A 에 위치한다.
④ $\sqrt{4}$ 는 무리수가 아니다.

39. 다음의 수를 수직선 위에 나타냈더니 그림과 같았다. 점 D 에 대응하는 수는?

$\sqrt{6}$ $\quad 2.5 \quad$ $\sqrt{5}+1$ $\quad 3-\sqrt{2}$ $\quad \frac{1}{3}$

① $\sqrt{6}$ ② 2.5 ③ $\sqrt{5}+1$
④ $3-\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$\frac{1}{3} < 3-\sqrt{2} < \sqrt{6} < 2.5 < \sqrt{5}+1$ 이다.