

1. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5 (2 \leq x \leq 5)$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2 \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} \right) + 5$$

$$= 2 \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \text{이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right)$ 이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$$x = 2 \text{ 일 때 } y = 2 \left(2 - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} = 1$$

$$x = 5 \text{ 일 때 } y = 2 \left(5 - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} = 25$$

따라서 최댓값 $a = 25$ 이고, 최솟값 $b = 1$ 이므로 $ab = 25$

2. $(2-i)\bar{z} + 4iz = -1 + 4i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$z = a + bi \text{라 놓으면 } \bar{z} = a - bi$$

$$(2-i)(a-bi) + 4i(a+bi) = -1 + 4i$$

$$(2a-5b) + (3a-2b)i = -1 + 4i$$

$$\therefore 2a-5b = -1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3a-2b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{을 연립하여 풀면 } a=2, b=1$$

$$\therefore z = 2 + i, \quad \bar{z} = 2 - i$$

$$\therefore z\bar{z} = (2+i)(2-i) = 2^2 - i^2 = 5$$

3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$

② $-1 < a < 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

5. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{4}{3}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 8 - 3 \times \frac{4}{3} \times 2 = 0$$

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$ 일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x - 2)^2 + 5 \\ = ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 8$

$$\therefore a + b = 6$$

7. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 를 간단히 하면?

① $-2i$

② $2i$

③ $1+i$

④ $1-i$

⑤ i

해설

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = i, \left(\frac{1-i}{1+i}\right) = -i \text{ 고 } i^4 = 1$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$$

$$= i^{2004} + (-i)^{2005}$$

$$= i^{4 \times 501} + (-i)^{4 \times 501} \times (-i)$$

$$= 1 + (-i)$$

$$= 1 - i$$

8. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$$

$$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$$

$$= -5x - 3x + 2$$

$$= -8x + 2$$

$$= -8(-2 + i) + 2$$

$$= 18 - 8i$$

9. $\sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 하면?

① $1 + 4i$

② $2 + 4i$

③ $-2 + 4i$

④ $-2 + i$

⑤ $-2 - 4i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{2}i \cdot \sqrt{2}i + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} + 2 \cdot 2i + \frac{\sqrt{5}i}{\sqrt{5}} = -2 - i + 4i + i = -2 + 4i \end{aligned}$$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이 되도록 유리수 p, q 를 정할 때, $p + q$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이고
 p, q 가 유리수이면 남은 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
두 근의 합 $-p = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$
 $\therefore p = -4$
두 근의 곱 $q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
 $\therefore p + q = -4 + 1 = -3$

11. x 에 대한 이차방정식 $(a+1)x^2 - 4x + 2 = 0$ 에 대하여 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.
- ㉡ $a > 1$ 일 때, 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ㉢ $a < 1$ 일 때, 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$a \neq -1$ 일 때, 주어진 방정식은 이차방정식이다.
서로 다른 두 실근을 가질 때
 $\frac{D}{4} = 4 - 2(a+1) = 2 - 2a > 0$
 $\therefore a < 1$
따라서 $a < -1$ 또는 $-1 < a < 1$ 일 때,
서로 다른 두 실근을 갖는다.
중근을 가질 때
 $\frac{D}{4} = 2 - 2a = 0$
 $\therefore a = 1$
따라서, $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.
서로 다른 두 허근을 가질 때
 $\frac{D}{4} = 2 - 2a < 0$
 $\therefore a > 1$
따라서 $a > 1$ 일 때 서로 다른 두 허근을 갖는다.

12. 이차방정식 $x^2 - 2kx + 9 = 0$ 의 두 근의 비가 1 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\pm 2\sqrt{2}$

② $\pm 2\sqrt{3}$

③ $\pm 2\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$

⑤ ± 2

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 3α

$\therefore$ 두 근의 곱은 $3\alpha^2 = 9 \quad \therefore \alpha = \pm\sqrt{3}$

두 근의 합은 $\alpha + 3\alpha = \pm 4\sqrt{3} = 2k$

$\therefore k = \pm 2\sqrt{3}$

13. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 4x + 1 = 0$

② $x^2 + 4x + 1 = 0$

③ $x^2 - 3x + 1 = 0$

④ $x^2 + 3x + 1 = 0$

⑤ $x^2 - 2x + 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2$$

$$x^2 - \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)x + \left(\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\alpha}\right) = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right)x + 1 = 0$$

$$x^2 - \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}x + 1 = 0$$

$$\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \cdot (-2)}{-2} = -4$$

$$\therefore x^2 + 4x + 1 = 0$$

14. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, \quad b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, \quad b = -2, \quad ab = -12$$

15. x 의 이차방정식 $x^2 + (a^2 - a - 12)x - a + 3 = 0$ (a 는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha + \beta = -(a^2 - a - 12) = 0, \alpha\beta = -a + 3 < 0$$

$$\therefore a = 4$$

16. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프에 의하여 잘려지는 x 축의 길이가 3일 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k$, $\alpha\beta = 3k + 2$

잘려지는 x 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$

이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$

$k^2 - 12k - 17 = 0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 12이다.

17. x 에 관한 이차방정식 $a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 의 실근 조건은 복소수 계수 이차방정식이므로 판별식을 쓸 수 없다. 근이 실수라는 것은 x 가 실수임을 뜻하므로 복소수의 상등정리에서

$$(ax^2 + 3x + 2a) + (-ax^2 + 2ax + 3)i = 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$ax^2 + 3x + 2a = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$-ax^2 + 2ax + 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}$ 하면

$$(2a+3)x + (2a+3) = 0, (2a+3)(x+1) = 0$$

$$2a+3 = 0 \text{ 또는 } x+1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

i) $a = -\frac{3}{2}$ 일 때

$$\textcircled{\text{㉠}}\text{식에서 } -\frac{3}{2}x^2 + 3x - 3 = 0, x^2 - 2x + 2 = 0$$

이므로 허근을 가진다. $\therefore a \neq -\frac{3}{2}$

ii) $x = -1$ 일 때 $\textcircled{\text{㉠}}$ 에 대입하면,

$$a - 3 + 2a = 0, 3a = 3 \quad \therefore a = 1$$

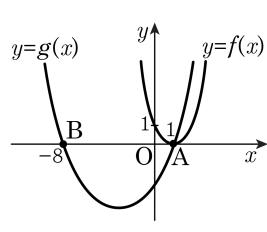
18. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + bi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$ 의 곱 $z\bar{z} = 5$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right)$ 를 간단히 하면?

- ① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= 5, \quad \bar{z} = \frac{5}{z} \\ \therefore \frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a \end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 점 $A(1, 0)$ 에서 접하고, 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점 $A(1, 0)$, $B(-8, 0)$ 에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2 의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$ 의 근은?



- ① $x = 1$
 ② $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$
 ③ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 3$
 ④ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 1$
 ⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

해설

$$f(x) = (x-1)^2, g(x) = (x+8)(x-1) \text{ 이므로}$$

$$f(x) + 2g(x) = (x-1)^2 + 2(x+8)(x-1) = 3x^2 + 12x - 15$$

따라서, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$,

$$\approx 3x^2 + 12x - 15 = 0 \text{ 의 근은 } 3(x+5)(x-1) = 0$$

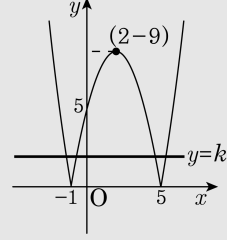
$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 1$$

20. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?
- ① $0 < k < 3$ ② $0 < k < 5$ ③ $3 < k < 5$
④ $1 < k < 4$ ⑤ $-2 < k < 5$

해설

방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 의 실근의 개수는 함수 $y = |x^2 - 4x - 5|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 개수와 같다.

$$y = |x^2 - 4x - 5| = |(x + 1)(x - 5)| = |(x - 2)^2 - 9|$$



따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 $0 < k < 5$

21. $x^2 - xy + y^2 + 2y = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 의 최댓값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 2 ④ $\frac{11}{5}$ ⑤ 4

해설

주어진 식을 y 에 대하여 정리하면

$$y^2 + (2 - x)y + x^2 = 0$$

이 식을 y 에 대한 이차방정식으로 보면 y 가 실수이므로 실근을 갖는다.

$$D = (2 - x)^2 - 4 \cdot x^2 \geq 0,$$

$$3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \quad (x + 2)(3x - 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

따라서 x 의 최댓값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

22. 복소수 z 가 $z^2 = \bar{z}$ 일 때, z 이 될 수 있는 수의 개수를 구하면? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)
- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 무수히 많다.

해설

$z = a + bi$ (단, a, b 는 실수)라 하면

$$(a + bi)^2 = a - bi$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = a - bi$$

$$a^2 - b^2 = a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$2ab = -b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } b = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{1}{2}$$

$$(i) \ b = 0 \text{ 일 때 } \textcircled{1} \text{에서 } a^2 = a$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

$$(ii) \ a = -\frac{1}{2} \text{ 일 때 } \textcircled{2} \text{에서 } \frac{1}{4} - b^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{따라서, } z = 0, 1, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

23. 방정식 $|x^2 + (a - 2)x - 2| = 1$ 의 모든 근의 합이 0일 때 상수 a 의 값은?

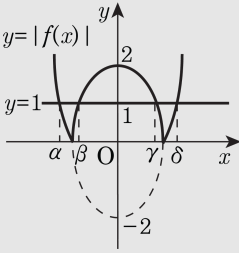
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$|x^2 + (a - 2)x - 2| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (a - 2)x - 2 = \pm 1$
 $x^2 + (a - 2)x - 2 = 1$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -(a - 2)$
... ㉠
 $x^2 + (a - 2)x - 2 = -1$ 의 두 근을 γ, δ 라 하면 $\gamma + \delta = -(a - 2)$
... ㉡
㉠+㉡하면 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = -2(a - 2)$
모든 근의 합이 0 이므로 $a - 2 = 0 \therefore a = 2$

해설

$f(x) = x^2 + (a - 2)x - 2$ 라 놓으면 y 절편이 -2 이므로 방정식 $|f(x)| = 1$ 의 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 할 때 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0$ 이기 위해서는 $y = |f(x)|$ 의 그래프는 다음 그림과 같이 y 축에 대하여 대칭이다. (우함수)



$\therefore a - 2 = 0, a = 2$