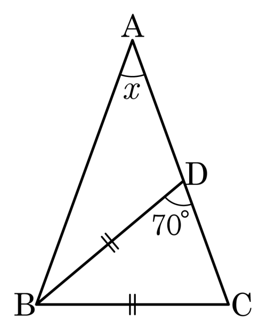
1. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$가 되도록 점 D 를 변 AC 위에 잡았다. $\angle x$ 의 크기는?

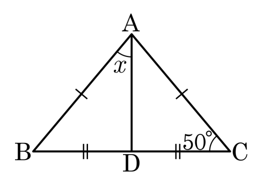


① 40°　② 45°　③ 50°　④ 55°　⑤ 60°

해설

$\triangle$BCD 가 이등변삼각형이므로 $\angle BCD = 70°$
또한 $\triangle$ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
$\therefore \angle x = 180° - 2 \times 70° = 40°$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

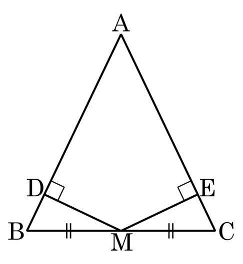


① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $55°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = 180° - 2 \times 50° = 80°$
또 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 를 이등분하고 $\overline{BC}$ 와 수직 (이등변삼각형의 각의 이등분선의 성질)
따라서 $x = \dfrac{1}{2} \times 80° = 40°$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BDM = \angle CEM$

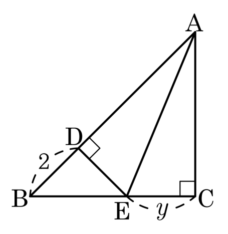
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B = \angle C$, $\angle BDM = \angle CEM = 90°$, $\overline{BM} = \overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

4. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = 2$이다. y 의 값은?

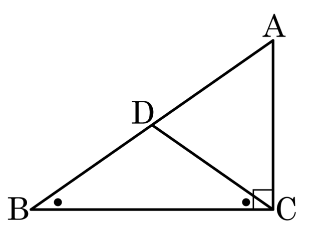


① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$이므로 $\angle A = \angle B = 45°$
따라서 $\angle B = 45°$이다.
$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동)이고 $\angle B = \angle BED$이므로 $y = \overline{DE} = \overline{BD} = 2$

5. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



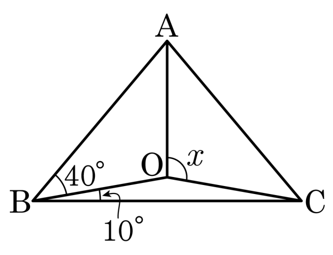
$\angle B =$ $\boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD} =$ $\boxed{(나)}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD +$ $\boxed{(다)}$ $= \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° -$ $\boxed{(라)}$ 이다.
그런데 $\angle B =$ $\boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$
② (나) : $\overline{BC}$
③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$
⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



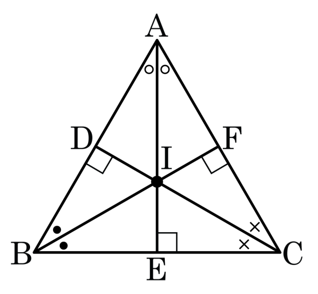
▶ 답: °

▷ 정답: 100°

해설

$\angle x = 50^{\circ} \times 2 = 100^{\circ}$

7. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



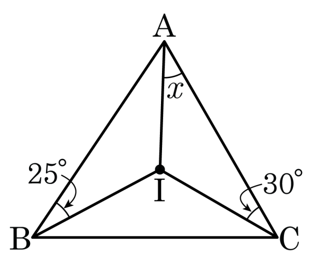
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle \mathrm{IEB} = \angle \mathrm{IDB} = 90°$,
$\overline{\mathrm{IB}}$는 공통변,
$\angle \mathrm{IBE} = \angle \mathrm{IBD}$이므로
$\triangle \mathrm{IBE} \equiv \triangle \mathrm{IBD}$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{\mathrm{ID}} = \boxed{} \cdots$ ①
같은 방법으로 $\triangle \mathrm{ICE} \equiv \triangle \mathrm{ICF}$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{\mathrm{IF}} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle \mathrm{ADI} = \angle \mathrm{AFI} = 90°$, $\overline{\mathrm{AI}}$는 공통 변, $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
이므로 $\triangle \mathrm{ADI} \equiv \triangle \mathrm{AFI}$(RHS 합동)
대응각 $\angle \mathrm{DAI} = \angle \mathrm{FAI}$이므로 $\overline{\mathrm{AI}}$는 $\angle$A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\mathrm{IA}}$ ② $\overline{\mathrm{IE}}$ ③ $\overline{\mathrm{IC}}$ ④ $\overline{\mathrm{IB}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{AF}}$

해설

$\triangle \mathrm{IBE} \equiv \triangle \mathrm{IBD}$(RHA 합동)이므로
$\overline{\mathrm{ID}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle \mathrm{ICE} \equiv \triangle \mathrm{ICF}$(RHA 합동)
이므로 $\overline{\mathrm{IE}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\mathrm{IE}}$가 들어간다.

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

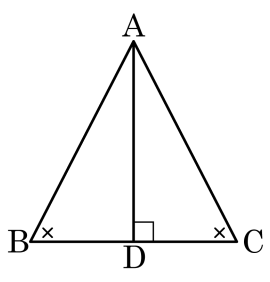
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

9. 다음은 '두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.' 를 보이는 과정이다.



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB = \boxed{(가)}$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $\boxed{(나)}$° 이므로
$\angle BAD = \boxed{(다)}$
$\boxed{(라)}$ 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{(마)}$ 합동) 이므로
$\angle B = \angle C$
$\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

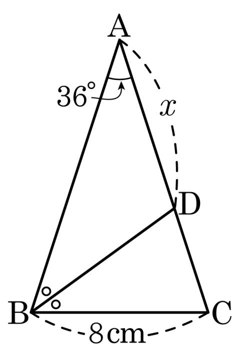
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가)$\angle ADC$ ② (나)180 ③ (다)$\angle CAD$
④ (라)$\angle A$ ⑤ (마)ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB = (\angle ADC)$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 (180)° 이므로
$\angle BAD = (\angle CAD)$
($\overline{AD}$) 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

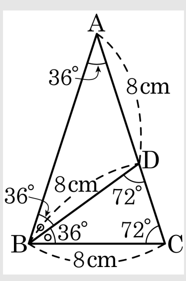
10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

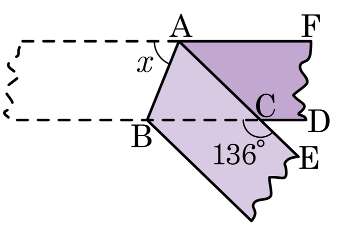


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle BCE = 136°$ 일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 68°

해설

$\angle BAC = \angle x$ (종이 접은 각)

$\angle ABC = \angle x$ (엇각)

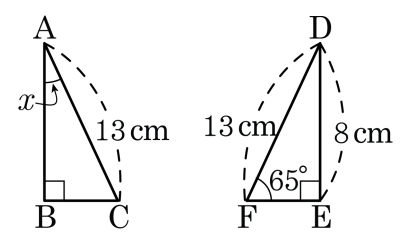
$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle x$

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\angle ACB = 180° - 136° = 44°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - 44°) = 68°$

12. 합동인 두 직각삼각형 ABC, DEF가 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?

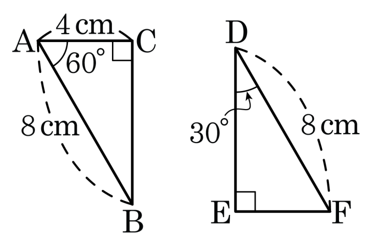


① 65° ② 55° ③ 45° ④ 35° ⑤ 25°

해설

$\triangle$ABC, $\triangle$DEF는 서로 합동이다.
$\therefore \angle x = \angle \text{FDE} = 180^\circ - 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

13. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

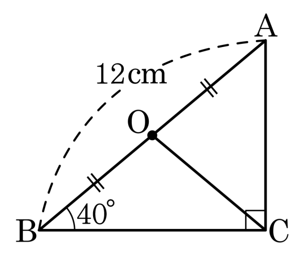


① 5cm　　② 4.5cm　　③ 4cm
④ 3.5cm　　⑤ 3cm

해설

$\triangle$ABC, $\triangle$FDE 는 RHA 합동
$\therefore \overline{EF} = \overline{CA} = 4\text{cm}$

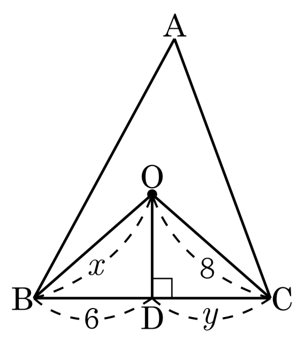
14. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40°$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?



① 5cm, 60° ② 5cm, 75° ③ 5cm, 80°
④ 6cm, 75° ⑤ 6cm, 80°

해설
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$
$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB = 40°$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로
$\angle AOC = 80°$

15. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?

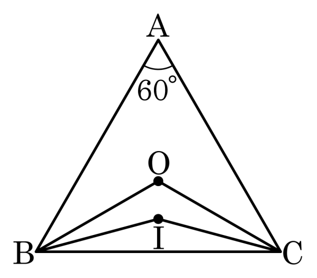


① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{OC}=\overline{OB}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로
$x=8,\ y=6,\ x+y=14$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



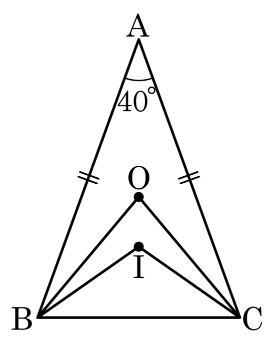
① $0°$ ② $10°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

17. 다음 그림에서 점 O 는 이등변삼각형 ABC 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle IBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿°

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40° = 80°$

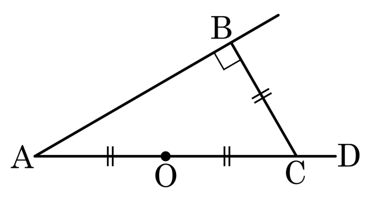
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$

점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로

$\angle OBI = \angle IBC = 25°$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



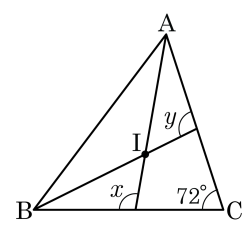
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.
$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$
$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형
$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO} = \dfrac{120°}{30°} = 4$

19. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $190°$ ② $191°$ ③ $192°$ ④ $194°$ ⑤ $198°$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = a$,
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{CBI} = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 54°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72°) + (\angle b + 72°) = \angle a + \angle b + 144° = 198°$

20. 세 변의 길이가 각각 $10\,\mathrm{cm}, 24\,\mathrm{cm}, 26\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 185π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

외접원의 반지름 : $\frac{26}{2} = 13(\mathrm{cm})$

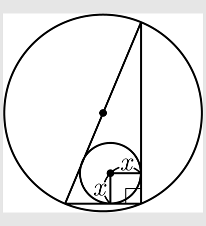
넓이 :$13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

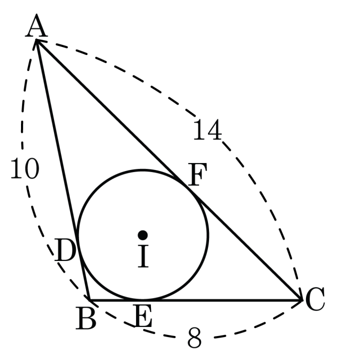
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10cm, \overline{BC} = 8cm, \overline{AC} = 14cm$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?

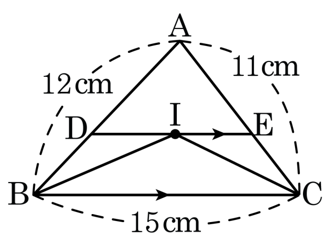


① 4cm　② 5cm　③ 6cm　④ 7cm　⑤ 8cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10, 12 = 2x$ 이다.
$\therefore x = 6(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

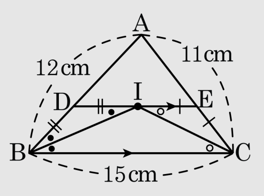


▶ 답 : ______ cm

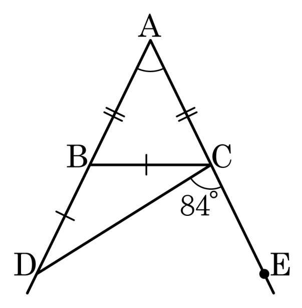
▷ 정답 : 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서
점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠
$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.
$\overline{DB} = \overline{DI}$
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.
$\overline{EC} = \overline{EI}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는
$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(\text{cm})$



23. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



① 32° ② 42° ③ 52° ④ 62° ⑤ 72°

해설

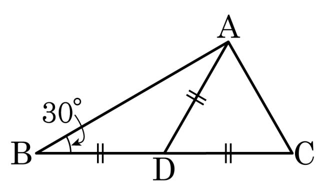
$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면

$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$

$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$

$\therefore \angle a = 32°$

24. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 30°$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle C = 60°$

② $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.

③ $\angle ADC = 60°$

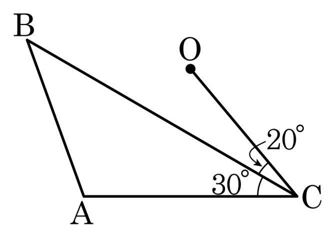
④ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.

해설

삼각형의 외심
(1) 정의 : 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점
(2) 성질 : 외심에서 이 삼각형의 세 꼭지점까지의 거리는 같다.
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
(3) 위치 : ① 예각삼각형 : 삼각형의 내부에 있다.
② 직각삼각형 : 빗변의 중점이다.
③ 둔각삼각형 : 삼각형의 외부에 있다.

25. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ACB = 30°$, $\angle OCB = 20°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

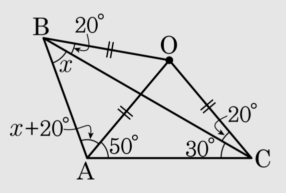


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $40\underline{°}$

해설

$\angle B = x$ 라 하면



$\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 50°$
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 20°$
$\triangle OBA$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OA}$ 이므로
$\angle OBA = \angle OAB = x + 20°$
$\triangle ABC$ 에서
$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = x + 70° + x + 30° = 180°$
$\therefore\ x = 40°$