

1. x, y 가 $1, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, 4$ 의 값을 가질 때, 일차방정식 $x + 2y = 6$ 의 해가 아닌 것은?

① $(4, 1)$

② $\left(1, \frac{5}{2}\right)$

③ $\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{4}\right)$

④ $\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{4}\right)$

⑤ $\left(\frac{5}{4}, 4\right)$

해설

⑤ $x + 2y = 6$ 에 $\left(\frac{5}{4}, 4\right)$ 를 대입하면 $\frac{5}{4} + 8 = \frac{37}{4} \neq 6$ 이다.

2. $\frac{1}{2}x + y = 10$, x, y 는 자연수($\text{단}, x > y$) 일 때, 방정식의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(2, 9), (4, 8), (6, 7), (8, 6), (10, 5), (12, 4), (14, 3), (16, 2), (18, 1)$
에서 $x > y$ 를 만족하는 것은
 $(8, 6), (10, 5), (12, 4), (14, 3), (16, 2), (18, 1)$
따라서 6개다.

3. x, y 에 관한 일차방정식 $2a^2 - 2a(x + 4) + 2x - 4y = 0$ 은 두 점 $(a, -3), (b, 2)$ 를 해로 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $3a + 2b$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 1 ④ 5 ⑤ 10

해설

$x = a, y = -3$ 을 주어진 식에 대입을 하면
 $2a^2 - 2a(a + 4) + 2a + 12 = 0,$
정리하면 $-8a + 2a + 12 = 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.
 $a = 2, x = b, y = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면 $b = -8,$
따라서 $3a + 2b = 6 - 16 = -10$ 이다.

4. 둘레의 길이가 46 cm 인 직사각형에서 가로 길이는 세로 길이의 3 배보다 4 cm 가 길다고 한다. 가로 길이를 x cm , 세로 길이를 y cm 라고 하여 연립방정식을 세우면?

$$\textcircled{1} \begin{cases} x + y = 23 \\ x = 3(y - 4) \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x + y = 23 \\ x = 3y - 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x + y = 23 \\ x = 3y + 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + y = 23 \\ x = 3y - 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 2(x + y) = 46 \\ y = 3(x - 4) \end{cases}$$

해설

직사각형의 둘레는 (가로 + 세로) $\times$ 2 이므로 (가로 + 세로) = 23 (cm) 가 된다. 그리고 가로의 길이는 세로의 길이의 3 배 보다 4 cm 가 길므로 $x = 3y + 4$ 가 된다.

5. 두 직선 $5x - y - 4 = 0$ 과 $ax + y = 12$ 의 교점이 좌표가 $(2, b)$ 일 때 a, b 의 값은?

① $a = -3, b = 6$

② $a = 3, b = 6$

③ $a = 3, b = -6$

④ $a = -3, b = -6$

⑤ $a = -2, b = -6$

해설

$(2, b)$ 를 $5x - y - 4 = 0$ 에 대입하면,

$$10 - b - 4 = 0, b = 6$$

$(2, 6)$ 을 $ax + y = 12$ 에 대입하면,

$$2a + 6 = 12, a = 3$$

6. 좌표평면 위에서 두 직선 $3x - 2y = 3$ 와 $2x + ay = 2$ 의 교점의 좌표가 $(2, b)$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -8 ② $-\frac{8}{9}$ ③ -2 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3x - 2y = 3$ 에 $(2, b)$ 를 대입하면

$$6 - 2b = 3 \text{ 이므로 } b = \frac{3}{2}$$

$2x + ay = 2$ 에 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ 을 대입하면

$$4 + \frac{3}{2}a = 2 \text{ 이므로 } a = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore ab = \left(-\frac{4}{3}\right) \times \frac{3}{2} = -2 \text{ 이다.}$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 3x-4y=6 & \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ 2x+3y=-1 & \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$ 을 가감법으로 풀 때, 계산 중

필요한 식을 고르면? (정답 2 개)

- ① $\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}$

② $\textcircled{\text{㉠}} \times 2 + \textcircled{\text{㉡}} \times 3$

③ $\textcircled{\text{㉠}} \times 2 - \textcircled{\text{㉡}} \times 3$

④ $\textcircled{\text{㉠}} \times 3 + \textcircled{\text{㉡}} \times 4$

⑤ $\textcircled{\text{㉠}} \times 3 - \textcircled{\text{㉡}} \times 4$

해설

- ③ x 소거
- ④ y 소거

8. 연립방정식 $\begin{cases} y = -5x + 17 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① (1, -3)

② (-6, 4)

③ (-4, 6)

④ (2, 7)

⑤ (3, 3)

해설

$$\begin{cases} y = -5x + 17 & \cdots \textcircled{1} \\ y = 2x + 3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서}$$

①을 ②에 대입하면 $-5x + 17 = 2x + 3$ 이고 양변을 정리하면 $7x = 14$ 이다.

따라서 $x = 2, y = 7$

$\therefore (2, 7)$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 의 해가 $x = a$, $y = b$ 일 때, ab 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases} \text{ 을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \text{ 이므로}$$

$3y = 3$, $y = 1$, $x = 1$ 이다.

따라서 $ab = 1$ 이다.

10. x, y 에 관한 연립방정식 (가), (나) 의 해가 같을 때 a, b 의 값은?

$$(가) \begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ ax + by = 13 \end{cases} \quad (나) \begin{cases} ax - 2by = -2 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$$

① $a = -5, b = -4$

② $a = -4, b = 5$

③ $a = 5, b = -4$

④ $a = 4, b = 5$

⑤ $a = 4, b = -5$

해설

주어진 연립방정식의 해가 모두 같다고 했으므로, 식을 다시

연립하여 $\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$ 로 해를 먼저 구한다. 연립방정식의

해인 $x = 2, y = -1$ 을 다른 연립방정식인

$\begin{cases} ax + by = 13 \\ ax - 2by = -2 \end{cases}$ 에 대입하면 $a = 4, b = -5$ 가 나온다.

11. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2(x-2y)+x-y=4 \\ 3(x-y)-2(y-2x)-8=8 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=1$

해설

$$\begin{cases} 2(x-2y)+x-y=4 \\ 3(x-y)-2(y-2x)-8=8 \end{cases}$$

을 정리하면

$$\begin{cases} 3x-5y=4 \\ 7x-5y=16 \end{cases}$$

에서 두 식을 빼면

$$x=3, y=1$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} 7a - 2(a - b) = 9 \\ \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}(a - b) = -\frac{1}{6} \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$$\begin{cases} 7a - 2(a - b) = 9 \\ \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}(a - b) = -\frac{1}{6} \end{cases} \quad \text{을 간단히 하면}$$

$$\begin{cases} 5a + 2b = 9 \\ 7a - 4b = -1 \end{cases}$$

이것을 풀면 $a = 1, b = 2$ 이다.

13. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} 0.06x - 0.05y = 0.18 \\ \frac{x}{4} + \frac{2}{3}y = 6 \end{cases}$$

① $x = 8, y = 6$

② $x = -8, y = 6$

③ $x = 8, y = -6$

④ $x = -8, y = -6$

⑤ $x = -\frac{26}{3}, y = -14$

해설

첫 번째 식에는 100을 곱하고, 두 번째 식에는 12를 곱하면

$$\begin{cases} 6x - 5y = 18 \\ 3x + 8y = 72 \end{cases}$$

두 번째 식에 2를 곱하면

$$\begin{cases} 6x - 5y = 18 \\ 6x + 16y = 144 \end{cases}$$

두 식을 빼면

$$21y = 126 \quad \therefore y = 6$$

$$\therefore x = 8$$

14. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{y}{z} + \frac{1}{x} = 5 \end{cases}$$
의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때,

$12(a - b + c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y, \frac{1}{z} = Z$ 로 치환하면

$$\begin{cases} X + Y = 3 \cdots \textcircled{A} \\ Y + Z = 4 \cdots \textcircled{B} \\ Z + X = 5 \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

세 식을 변끼리 더하면

$$2(X + Y + Z) = 12, X + Y + Z = 6 \cdots \textcircled{D}$$

$\textcircled{D} - \textcircled{B}$ 하면 $X = 2$ 이므로 $Y = 1, Z = 3$

따라서 $\frac{1}{x} = 2$ 에서 $x = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{y} = 1$ 에서 $y = 1$

$\frac{1}{z} = 3$ 에서 $z = \frac{1}{3}$

$$\therefore 12(a - b + c) = -2$$

15. 연립방정식 $\begin{cases} 12x - ay = -2x + 20 \\ 4y + 2x = b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, ab 의 값은?

① -80 ② -40 ③ 30 ④ 40 ⑤ 70

해설

$$\begin{cases} 12x - ay = -2x + 20 \\ 4y + 2x = b \end{cases} \text{ 는 } \begin{cases} 14x - ay = 20 \\ 2x + 4y = b \end{cases} \text{ 이다.}$$

해가 무수히 많기 위한 조건은 $\frac{14}{2} = \frac{-a}{4} = \frac{20}{b}$ 이다.

따라서 $a = -28$, $b = \frac{20}{7}$ 이므로 $ab = -80$ 이다.

16. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 없는 것은?

보기

- ㉠. $-2x + 2y = 1$
- ㉡. $2x + 2y = 2$
- ㉢. $3x - 6y = -2$
- ㉣. $x - 2y = \frac{2}{3}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉣식에 3을 곱해서 ㉢식을 빼면 $0 \cdot x = 4$ 가 되므로 해가 없다.

17. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x+ay=-6 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{a} \neq \frac{3}{-6} \text{에서 } a = 6$$

18. 두 자리의 자연수 a, b 가 있다. a 는 4 의 배수이고 b 보다 14 가 작다. 또, b 의 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수는 a 보다 22 가 작다. a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 48$

▷ 정답 : $b = 62$

해설

a 는 b 보다 14 가 작으므로 $a = b - 14 \cdots \textcircled{1}$
 b 의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면
 $b = 10x + y \cdots \textcircled{2}$ 이고,
일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수 $10y + x$ 는 a 보다 22 가 작으므로
 $10y + x = a - 22$ 이다.
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $a = 10x + y - 14$ 이고 $10y + x = a - 22$ 에 대입하면
 $10y + x = 10x + y - 14 - 22$ 이다.
따라서 $y = x - 4 \cdots \textcircled{3}$ 이다.
 $\textcircled{1}$ 에서 a 는 두 자리의 자연수이므로
 $10 \leq b - 14 \leq 99$ 이다. 따라서 $24 \leq b \leq 113$
또, b 도 두 자리의 자연수이므로 $24 \leq b \leq 99$ 이다.
 $24 \leq 10x + y \leq 99$ 이면서 $\textcircled{3}$ 을 만족하는 x, y 는
 $(x, y) = (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5)$ 따라서 $b = 51, 62, 73, 84, 95$
이 때, $a = 37, 48, 59, 70, 81$ 이고, 이 중에서 4 의 배수는 48 뿐이므로
 $a = 48, b = 62$ 이다.

19. 영주는 생일날 커다란 곰인형을 사려고 마음먹고 매일 조금씩 돈을 모으기로 했다. 오늘부터 하루에 300 원씩 모으면 1500 원이 부족하고, 400 원씩 모으면 600 원이 남는다고 할 때, 곰인형의 가격을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 7800 원

해설

돈을 모으는 날 수를 x 일, 곰인형의 가격을 y 원이라 하면
 $300x + 1500 = y$
 $400x - 600 = y$
 $\therefore x = 21, y = 7800$
곰인형의 가격은 7800 원이다.

21. 어느 중학교에서는 운동장 확장에 대한 찬반 투표를 했다. 이 날 투표한 학생 수가 전교생의 $\frac{1}{2}$ 이었는데, 이것은 남학생의 $\frac{2}{5}$ 과 여학생의 $\frac{4}{7}$ 이 투표를 한 것이다. 이 학교의 학생 수가 총 1200 명일 때, 남학생 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 500 명

해설

남학생 수를 x 명, 여학생 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ \frac{2}{5}x + \frac{4}{7}y = 1200 \times \frac{1}{2} \end{cases}, \xrightarrow{\times 7} \begin{cases} x + y = 1200 \\ 7x + 10y = 10500 \end{cases}$$

$$\therefore x = 500, y = 700$$

22. A , B 는 각각 10 번째 계단, 4 번째 계단에서 시작하여, 가위바위보를 해서 이긴 사람은 4 계단씩 올라가고 진 사람은 1 계단씩 올라가기로 하였다. 그 결과 A 는 55 번째 계단, B 는 34 번째 계단에 올라가 있었다면 A 가 가위바위보를 진 횟수를 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답: 하

▶ 정답 : 5 회

해설

A 가 이진 횃수를 x , 진 횃수를 y 라 하면, B 가 이진 횃수는 y , 진 횃수는 x 이다.

$$\begin{cases} 4x + y = 55 - 10 \\ 4y + x = 34 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 45 \\ 4y + x = 30 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x = 10, y = 5$ 이다.

- 23.** 은행에 일정한 금액의 돈을 맡긴 후 매달 똑같은 액수의 돈을 찾기로 하였다. 돈을 찾는 방식은 다음과 같다.
- 첫 달은 1000 원을 찾고 그 나머지의 10% 를 찾는다.
- 둘째 달은 2000 원을 찾고 저축한 금액에서 첫째 달에 찾은 금액을 뺀 나머지의 10% 를 찾는다.
- 셋째 달은 3000 원을 찾고 저축한 금액에서 그 전달까지 찾은 금액을 뺀 나머지의 10% 를 찾는다.
- ...
- 이런 방식으로 돈을 찾는다고 할 때 매달 찾는 금액은 얼마인지 구하여라.

▶ 답: 원

▷ 정답 : 9000 원

해설

매달 찾는 금액을 x , 저축한 금액을 y 라 하면

첫 달: $x = 1000 + 0.1(y - 1000) \cdots \textcircled{7}$

둘째 달: $x = 2000 + 0.1(y - x - 2000) \cdots \textcircled{L}$

셋째 달: $x = 3000 + 0.1(y - 2x - 3000)$

...

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$$x = 9000$$

$x = 9000$
따라서 매달 차는 금액은 9000 원이다

24. 다음 표는 두 종류의 햄버거 A,B 를 만드는 데 필요한 재료의 개수와 판매했을 경우의 이익금을 나타낸 것이다. 하루 동안 햄버거 A,B 를 만드는 데 빵이 320 개, 고기가 110 개 필요하다. 하루 동안 만든 햄버거는 그 날 모두 팔린다고 할 때, 총 이익을 구하여라.

	빵 (개)	고기 (개)	이익 (원/개)
햄버거A	3	1	300
햄버거B	5	2	500

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 32000 원

해설

햄버거 A 의 개수를 x 개, 햄버거 B 의 개수를 y 개라고 두면
햄버거 A,B 를 만드는 데 빵이 320 개, 고기가 110 개 필요하다고 했으므로,
 $3x + 5y = 320$
 $x + 2y = 110$
두 식을 연립하여 풀면,
 $x = 90, y = 10$
따라서 햄버거 A,B 를 모두 판매했을 때의 총 이익은
 $300 \times 90 + 500 \times 10 = 32000$ 원이다.

25. 용석이와 용진이가 함께 일을 하면 4 일 만에 마칠 수 있는 일을 용석이가 8 일 동안 작업한 후 나머지지를 용진이가 2 일 동안 작업하여 모두 마쳤다. 이 일을 용석이가 혼자서 하면 며칠이 걸리는지 구하여라.

▶ 답: 일

▶ 정답 : 12일

해설

전체 일의 양 : 1

용석이가 하루에 할 수 있는 일의 양 : x

용진이가 하루에 할 수 있는 일의 양 : y 라 하면

$$\begin{cases} 4x + 4y = 1 \\ 8x + 2y = 1 \end{cases}$$

을 연립하여 풀면 $x = \frac{1}{12}$, $y = \frac{1}{6}$

따라서 용석이가 혼자서 일을 하게 되면 12 일이 걸린다.

26. 둘레의 길이가 15km 인 호수 공원의 산책길을 따라 시속 10km 로 뛰다가 시속 5km 로 걸어서 한 바퀴 도는 데 2 시간이 걸렸다. 뛰어간 거리와 걸어간 거리는?
- ① 뛰 거리 : 8km 걸은 거리 : 7km
② 뛰 거리 : 9km 걸은 거리 : 6km
③ 뛰 거리 : 10km 걸은 거리 : 5km
④ 뛰 거리 : 11km 걸은 거리 : 5km
⑤ 뛰 거리 : 12km 걸은 거리 : 3km

해설

뛰 거리를 x km, 걸은 거리를 y km 라 할 때

$$\begin{cases} x + y = 15 & \cdots (1) \\ \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

(2)의 양변에 10을 곱하면 $x + 2y = 20 \cdots (3)$

(3) - (1) 하면 $y = 5$

$y = 5$ 를 (1)에 대입하면 $x = 10$

따라서 뛰 거리는 10km , 걸은 거리는 5km 이다.

27. 등산을 하는데, 올라갈 때는 시속 3km 로 걷고, 내려올 때에는 3km 가 더 먼 길을 시속 4km 로 걸었다. 올라가고 내려오는데 모두 6시간이 걸렸다면 올라갈 때 걸은 거리는 몇 km 인지 구하여라.

▶ 답: km

▶ 정답 : 9km

해설

올라갈 때 걸은 거리를 x km, 내려올 때 걸은 거리를 y km

$$\begin{cases} y = x + 3 \dots \textcircled{7} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 6 \dots \textcircled{8} \end{cases}$$

㉔의 양변에 12를 곱하면 $4x + 3y = 72$, ㉓을 $4x + 3y = 72$ 에 대입하면 $4x + 3(x + 3) = 72$

대입하면 $4x + 3(x + 3) = 72$

$$7x = 63$$

$$\therefore x = 9, y = 12$$

$\therefore$ 올라갈 때 걸은 거리 9km, 내려올 때 걸은 거리 12km

28. 둘레의 길이가 800m 인 호수가 있다. 요섭이와 승현이가 호수의 둘레를 동시에 같은 방향으로 돌면 10 분 후에 만나고, 반대 방향으로 돌면 2 분 후에 만난다고 한다. 요섭이의 속력이 승현이의 속력보다 빠르다고 할 때, 요섭이의 속력은?

- ① 100m/ 분 ② 200m/ 분 ③ 240m/ 분
④ 260m/ 분 ⑤ 300m/ 분

해설

요섭이의 속력을 x m/분, 승현이의 속력을 y m/분
 $10(x - y) = 800$, $2x + 2y = 800$ 을 연립하여 풀면
 $\therefore x = 240, y = 160$
요섭이의 속력 240m/분

29. $x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 가 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 는 4이다.

따라서 4가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 중근이므로

$$(x-4)^2 = x^2 + ax + b$$

$$a = -8, b = 16$$

$$\therefore a + b = 8$$

30. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

31. 이차방정식 $2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m-n$ 의 값은? (단, $n > m$)

① -14 ② -11 ③ -8 ④ 8 ⑤ 14

해설

식을 정리하면 $x^2 - 8x - 33 = 0$

$(x-11)(x+3) = 0$

$x = -3$ 또는 $x = 11$ 이므로

$m = -3, n = 11$

$\therefore m - n = -14$

32. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 25 - 2 + 5 = 28 \end{aligned}$$

33. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 고르면?

보기

$$(x + 3)(x - 2) = 0, x^2 + 4x + 3 = 0$$

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$(x + 3)(x - 2) = 0$
 $x = -3$ 또는 $x = 2$
 $x^2 + 4x + 3 = 0$
 $(x + 3)(x + 1) = 0$
 $x = -3$ 또는 $x = -1$
따라서 공통근은 -3 이다.

34. 이차방정식 $(x+3)^2 = k-1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $k-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k-a=4$

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)=0 꼴이어야 하므로

$$k-1=0$$

$$\therefore k=1$$

$$(x+3)^2=0 \text{ 이므로 } x=-3$$

$$\therefore a=-3$$

$$\therefore k-a=1-(-3)=4$$

35. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x + P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면?

① -33

② -12

③ -4

④ 0

⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

36. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x+5)^2 = \frac{m+6}{4}$$

- ① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$
- ④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m+6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$
$$m+6 < 0$$
$$\therefore m < -6$$

- 37.** 이차방정식 $6x^2 - 5(a+b)x + (a+b)^2 = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 자연수 a, b 의 값은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ **답:** 쌍

▶ 정답 : 3쌍

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로 $6 - 5(a + b) + (a + b)^2 = 0$

$a + b = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 5A + 6 = 0, (A - 2)(A - 3) = 0,$$

$$\therefore A = 2 \text{ 또는 } 3$$

1) $a + b = 2$ 일 때 $a = 1, b = 1$

2) $a + b = 3$ 일 때 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$

1), 2)에서 (a, b) 의 쌍은 $(1, 1), (2, 1), (1, 2)$ 의 3개이다.

38. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면
 $(A + 4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A - 2)(A + 6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

39. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

40. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$$x^2 - 8x + 9 - k = 0$$

- ① -7 ② -2 ③ 7 ④ 17 ⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$

$$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$$

$$\therefore k = -7$$

41. 이차방정식 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 차례대로 나열한 것은?

① $-4, -1$

② $2\sqrt{7}, \frac{5}{9}$

③ $2\sqrt{7}, 1$

④ $\frac{4}{3}, \frac{1}{3}$

⑤ $\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

두 근의 합은 $-\frac{(-4)}{3} = \frac{4}{3}$, 두 근의 곱은 $\frac{1}{3}$ 이다.

42. 이차방정식 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 5$

$$\begin{aligned}\alpha - \beta &= \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \\ &= \sqrt{5^2 - 4 \times 5} \\ &= \sqrt{25 - 20} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

43. 이차방정식 $p^2x^2 - 3x - q = 0$ 이 서로 다른 두 자연수 α, β 를 근으로 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$p^2x^2 - 3x - q = 0$ 은 서로 다른 두 자연수 α, β ($\alpha \neq \beta$) 를 근으로 가지므로

$$\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}, \alpha\beta = -\frac{q}{p^2}$$

이때, α, β 가 자연수이므로 $\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}$ 도 자연수이다.

$$\therefore p^2 = 1 \text{ 또는 } p^2 = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 3 \text{ 또는 } \alpha + \beta = 1$$

여기서 α, β 는 서로 다른 자연수이므로 $\alpha + \beta = 1$ 이 될 수 없다.

따라서 $p^2 = 1$ 이고 $\alpha + \beta = 3$ 이다.

$$\alpha + \beta = 3 \text{ 에서 } \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\alpha\beta = -\frac{q}{p^2} \text{ 이므로 } q = -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + p^2 + q^2 = 4 + 1 + 1 + 4 = 10$$

44. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

45. 이차방정식 $4x^2 - 15x + m = 0$ 의 두 근의 절댓값의 비가 $2 : 3$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 두 근을 a, b 라 하면 $|a| : |b| = 2 : 3$ 이다.

따라서 한 근이 $|a|$ 일 때 다른 한 근은 $\frac{3}{2}|a|$ 이다.

$$(\text{두 근의 합}) = |a| + \frac{3}{2}|a| = \frac{15}{4}, \frac{5}{2}|a| = \frac{15}{4}$$

$$\therefore |a| = \frac{3}{2}, a = \pm \frac{3}{2}$$

$$\therefore |b| = \frac{9}{4}, b = \pm \frac{9}{4}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{m}{4} = \frac{27}{8}$$

$$\therefore m = \frac{27}{2}$$

46. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

- ① $x = 1$ 또는 $x = -5$ ② $x = -1$ 또는 $x = 5$
③ $x = 1$ 또는 $x = 5$ ④ $x = -1$ 또는 $x = 4$
⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = (-5) \times (-1) = 5$, $-a = 2 + 4 = 6$
따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

47. n 명의 학생 중에 2 명의 주변을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주변 2 명을 뽑는 경우의 수가 36 가지일 때, 이 반의 학생 수는?

- ① 5 명 ② 7 명 ③ 9 명 ④ 11 명 ⑤ 13 명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ (명)이다.

48. 연속하는 두 자연수의 곱이 132 일 때, 두 수 중 작은 수는?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

연속하는 두 자연수를 $x, x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 132$$

$$x^2 + x - 132 = 0$$

$$(x + 12)(x - 11) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 11$$

x 는 자연수이므로 $x = 11$ 이다.

49. 고속도로의 통행료를 $x\%$ 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x\%$ 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면
인상 후의 통행료는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는
 $B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 원
 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$
 $= A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 이다.
 $\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{78}{100}\right)$
 $2x^2 + 175x - 1950 = 0$
 $(2x + 195)(x - 10) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 10$

50. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-10 - \sqrt{6}$

② $-10 + \sqrt{6}$

③ $-5 + 5\sqrt{6}$

④ $-5 - 5\sqrt{6}$

⑤ $-10 + 5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를 x cm, $(5 - x)$ cm 라 하면

$$x^2 : (5 - x)^2 = 2 : 3$$

$$3x^2 = 2(5 - x)^2$$

$$x^2 + 20x - 50 = 0$$

$$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$$

$$0 < x < 5 \text{ 이므로 } x = -10 + 5\sqrt{6}$$