1. $\log_4(x-8)$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $x>4$ ② $x<4$ ③ $x<6$ ④ $x>8$ ⑤ $x\geq 8$

해설

$x-8>0$ 로부터 $x>8$

2. $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \dfrac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ $\log_2 5$ ⑤ $\log_2 6$

해설

$\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \dfrac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3} = \log_2 \dfrac{5\sqrt{3} \times \dfrac{24}{5}}{3\sqrt{3}}$

$= \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$

3. $\log_2(\log_8 x) = -1$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$\log_2(\log_8 x) = -1$ 에서

$\log_8 x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$\therefore x = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$

4. $x = \dfrac{\log_a(\log_a b)}{\log_a b}$ 일 때, 다음 중 b^x과 같은 것은?

① a ② b ③ a^b ④ b^2 ⑤ $\log_a b$

해설

주어진 식을 밑 변환의 공식에 의해 변형하면

$$x = \frac{\dfrac{\log_b(\log_a b)}{\log_b a}}{\dfrac{\log_b b}{\log_b a}} = \log_b(\log_a b)$$

로그의 정의에 의해 $b^x = \log_a b$

5. $\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{2\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{\log_3 64}$

$= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 64 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^6 = 12$

6. $5^{\log_5 2+3\log_5 3-\log_5 6}$ 의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$5^{\log_5 2+3\log_5 3-\log_5 6}$

$= 5^{\log_5 2+\log_5 3^3-\log_5 6}$

$= 5^{\log_5 \frac{2\times 3^3}{6}} = 5^{\log_5 3^2} = 9$

7. $5^a = 2,\ 5^b = 3$이라 할 때, $\log_6 72$를 a와 b의 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{a+b}{a-b}$ ② $\dfrac{2a+b}{b-a}$ ③ $\dfrac{2a-b}{a+b}$
④ $\dfrac{2a+b}{a+b}$ ⑤ $\dfrac{3a+2b}{a+b}$

해설

$a = \log_5 2,\ b = \log_5 3$

$\log_6 72 = \dfrac{3\log_5 2 + 2\log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \dfrac{3a+2b}{a+b}$

8. 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$　　② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}$　　④ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \frac{2}{1} \log_5 5 = 4$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 2^{-4} = \frac{-4}{-1} \log_2 2 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \frac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$

$= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \cdot \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 5}$

$= \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4$

$= 4 \log_2 2 = 4$

9. $a = \log_4(3 - \sqrt{8})$ 일 때, $2^a + 2^{-a}$ 의 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}+1$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{3}+1$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

로그의 정의에 의하여
$4^a = 3 - 2\sqrt{2}$
$\Leftrightarrow 2^{2a} = 3 - 2\sqrt{2}$
$\Leftrightarrow 2^a = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
$\Leftrightarrow 2^a = \sqrt{2} - 1$
$2^{-a} = \dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$
$\Leftrightarrow 2^{-a} = \sqrt{2}+1$
$2^a + 2^{-a} = 2\sqrt{2}$

10. $a=\dfrac{\log_3(\log_5 7)}{2\log_3 2}$ 일 때, 4^a 의 값은?

① $\log_5 7$ ② $\log_3 5$ ③ $3^{\log_5 2}$ ④ $3^{\log_5 5}$ ⑤ $3^{\log_5 7}$

해설

$a=\dfrac{\log_3(\log_5 7)}{2\log_3 2}$

$=\dfrac{\log_3(\log_5 7)}{\log_3 2^2}$

$=\dfrac{\log_3(\log_5 7)}{\log_3 4}=\log_4(\log_5 7)$

$\therefore 4^a=\log_5 7$

11. $\log_{10}(1+1)+\log_{10}\left(1+\frac{1}{2}\right)+\log_{10}\left(1+\frac{1}{3}\right)+\cdots+\log_{10}\left(1+\frac{1}{99}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준식)$=\log_{10}2+\log_{10}\frac{3}{2}+\log_{10}\frac{4}{3}+\cdots+\log_{10}\frac{100}{99}$

$=\log_{10}\left(2\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{100}{99}\right)$

$=\log_{10}100=\log_{10}10^2=2\log_{10}10=2$

12. $\log_2 \sqrt{7+\sqrt{24}}$의 소수부분을 x라 할 때, 2^{x+1}의 값을 구하면?

① $\sqrt{3}+1$　　② $\sqrt{5}+1$　　③ $\sqrt{6}+1$

④ $\sqrt{7}+1$　　⑤ $2\sqrt{2}+1$

해설

$\log_2 \sqrt{7+\sqrt{24}}$

$= \log_2 \sqrt{7+2\sqrt{6}}$

$= \log_2(\sqrt{6}+1)$

$= \log_2(3.\times\times\times)$

$= 1.\times\times\times$

따라서, $x = \log_2(\sqrt{6}+1) - 1$

$2^{x+1} = 2^{\log_2(\sqrt{6}+1)} = \sqrt{6}+1$

13. $\log_5 250 = n + \alpha$(n은 정수, $0 \le a < 1$)라고 할 때, $n \times 25^{\alpha}$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$125 < 250 < 625$이므로
$\log_5 5^3 < \log_5 250 < \log_5 5^4$
$\log_5 250$의 정수부분은 $n = 3$ 이고
소수부분은 $\alpha = \log_5 250 - \log_5 125 = \log_5 \frac{250}{125} = \log_5 2$
따라서 $25^{\alpha} = 25^{\log_5 2} = 4$이므로 25^{α} 의 값과 정수부분 n의 곱은
$3 \times 4 = 12$ 이다.

14. $\log_2 14$의 소수부분을 $a(0 \leq a < 1)$이라 할 때, 2^{a+2}의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\log_2 14 = 1 + \log_2 7$

$\log_2 4 < \log_2 7 < \log_2 8$

$2 < \log_2 n < 3$

정수 부분 : $1 + 2 = 3$

소수 부분 : $\log_2 14 - 3 = \log_2 \frac{14}{8} = a$

$a + 2 = a + \log_2 4$

$= \log_2 \frac{14}{8} \cdot 4 = \log_2 \frac{14}{2} = \log_2 7$

$2^{a+2} = 2^{\log_2 7} = 7$

15. 1보다 큰 정수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $p = a^{12} = b^4 = (abc)^2$일 때, $\log_c p$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{6}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ 3　　④ 6　　⑤ 9

해설

주어진 식에서 $\log_p a = \frac{1}{12},\ \log_p b = \frac{1}{4},\ \log_p abc = \frac{1}{2}$

$\log_c p = x$라 하면 $\log_p c = \frac{1}{x}$이고,

$\log_p abc = \log_p a + \log_p b + \log_p c$이므로

$\frac{1}{2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{x},\ \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

$\therefore\ x = 6$

$\therefore\ \log_c p = 6$

16. $2\log(a-2b)=\log 2b+\log(62b-a)$ 일 때, $\dfrac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

로그의 성질을 이용하여 주어진 식 $2\log(a-2b) = \log 2b + \log(62b-a)$ 을 간단히 정리하면

$\log(a-2b)^2 = \log 2b(62b-a)$

$(a-2b)^2 = 2b(62b-a)$

$a^2-4ab+4b^2 = 124b^2-2ab$

$a^2-2ab-120b^2 = 0$

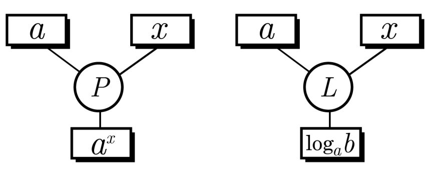
$(a+10b)(a-12b) = 0$

$\therefore\ a=-10b$ 또는 $a=12b$

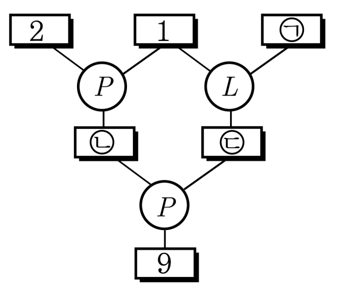
이때 진수 조건에 의하여 $a-2b>0,\ 2b>0,\ 62b-a>0$ 이므로 $a>0,\ b>0$

따라서 $a=12b$ 이고 $\dfrac{a}{b}=12$ 이다.

17. a^x과 $\log_a b$를 다음과 같이 나타내었다.



이때, 다음의 ㉠에 알맞은 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

㉡ $= 2^4$　㉢ $= \log_4^{㉠}$

㉡$^{㉢} = 9$

$16^{\log_4^{㉠}} = 9$

㉠$^{\log_4^{16}} = 9$

㉠$^2 = 9$

㉠ $= 3$

18. $\log 43.1 = 1.3645$ 일 때,
$a = \log 4310,\ \log b = -1.3655$ 라 하면, $a + 100b$ 의 값은?

① 2.9745　② 4.0665　③ 7.9445
④ 3.1932　⑤ 5.5913

해설

$a = \log 4310 = \log 43.1 \times 100$
$= \log 43.1 + 2 = 3.6345$
$\log b = -1.3655 = -3 + 1.6345$
$= \log_{10} 10^{-3} + \log 43.1$
$= \log 0.0431$
$b = 0.0431$
$a + 100b = 3.6345 + 4.31$
$= 7.9445$

19. $\triangle$ABC의 세 변 a, b, c에 대하여
$\log_{(a+b)} c + \log_{(a-b)} c = 2\log_{(a+b)} c \cdot \log_{(a-b)} c$와 같은 관계가 성립할 때, $\triangle$ABC는 어떤 삼각형인가? (단, $a > b, c \neq 1$)

① 정삼각형

② $b = c$인 이등변삼각형

③ $a = c$인 이등변 삼각형

④ a를 빗변으로 하는 직각삼각형

⑤ b를 빗변으로 하는 직각삼각형

해설

밑의 변환 공식을 이용하면

$$\frac{1}{\log_c(a+b)} + \frac{1}{\log_c(a-b)}$$

$$= \frac{2}{\log_c(a+b) \cdot \log_c(a-b)}$$

양변에 $\log_c(a+b) \cdot \log_c(a-b)$를 곱하면

$\log_c(a-b) + \log_c(a+b) = 2\log_c c$

$\log_c(a-b)(a+b) = \log_c c^2$

로그의 정의에 의해

$(a-b)(a+b) = c^2, a^2 - b^2 = c^2$

$\therefore a^2 = b^2 + c^2$

따라서 $\triangle$ABC는 a를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.

20. x에 대한 이차방정식 $x^2-9ax+81=0$의 두 근이 α, β이고, x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 $\log_3\frac{1}{|\alpha|}$, $\log_3\frac{1}{|\beta|}$일 때, $\frac{3}{\alpha}+\frac{3}{\beta}$의 값을 구하면?(단, $ab\neq 0$)

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$x^2-9ax+81=0$의 두 근이 α, β이므로 $\alpha+\beta=9a$, $\alpha\beta=81$

$x^2+ax+b=0$의 두 근이 $\log_3\frac{1}{|\alpha|}$, $\log_3\frac{1}{|\beta|}$이므로

$\log_3\frac{1}{|\alpha|}+\log_3\frac{1}{|\beta|}=-a$

$\log_3\frac{1}{|\alpha|}+\log_3\frac{1}{|\beta|}=\log_3\frac{1}{|\alpha\beta|}=\log_3\frac{1}{81}=\log_3 3^{-4}=-4$

$\therefore\ a=4$

따라서 $\alpha+\beta=36$ 이므로 $\frac{3}{\alpha}+\frac{3}{\beta}=\frac{3(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=\frac{4}{3}$