

1. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

2. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

3. $x = 2009$, $y = 7440$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

주어진 식을 정리하면

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$

$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2i - x^2i + xy} = 0$$

따라서 구하는 값은 0

4. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
∴ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
∴ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
∴ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
∴ 옳다.

5. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

이차방정식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$

이 중근을 갖는다.

따라서, $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$

위의 식을 정리하면

$-k^2 + 4k - 3 = 0$

$k^2 - 4k + 3 = 0$

$(k-1)(k-3) = 0$ 에서

$k = 1$ 또는 $k = 3$

6. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

7. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

8. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$x^3 - 1 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

9. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$
의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때, abc 의 값은?

① -14 ② -7 ③ 0 ④ 7 ⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + 2y + z = 3 & \cdots \textcircled{㉡} \\ x + y + 2z = 5 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{을 하면 } 4(x + y + z) = 20$$

$$\therefore x + y + z = 5 \quad \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉣} \text{에서 } x = 7$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉣} \text{에서 } y = -2$$

$$\textcircled{㉢} - \textcircled{㉣} \text{에서 } z = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -2, c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

11. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

- ① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$
- ③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$
- ④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$
- ⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

- ① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
- ③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$
- ⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

12. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

13. 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x+2$ 로 나누면 3이 남고, x^2-1 로 나누면 떨어진다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}x^3+ax^2+bx+c &= (x+2)Q_1(x)+3 \\ &= (x+1)(x-1)Q_2(x)\end{aligned}$$

$$f(-2)=3 \quad f(1)=0 \quad f(-1)=0$$

$$x=-2 \text{ 대입, } -8+4a-2b+c=3$$

$$x=-1 \text{ 대입, } -1+a-b+c=0$$

$$x=1 \text{ 대입, } 1+a+b+c=0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a=3, b=-1, c=-3$$

$$\therefore abc=9$$

14. $\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1}$ 을 계산하면?

- ① 1920 ② 1909 ③ 1998 ④ 1892 ⑤ 2000

해설

$x = 1999$ 라 하면,

$$\begin{aligned}\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1} &= \frac{x^3 - 1}{x(x+1) + 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \\ &= x - 1 \\ &= 1998\end{aligned}$$

15. $a + b + c = 4$, $ab + bc + ca = 3$, $abc = 1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

16. 다음을 계산하여라.

$$1 + i + i^2 + \cdots + i^{2006}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : i

해설

$$\begin{aligned} &1 + i + i^2 + \cdots + i^{2006} \\ &= 1 + (i + i^2 + i^3 + i^4) + (i^5 + i^6 + i^7 + i^8) + \cdots \\ &\quad \cdots + (i^{2001} + i^{2002} + i^{2003} + i^{2004}) + (i^{2005} + i^{2006}) \\ &= 1 + (i - 1 - i + 1) + (i - 1 - i + 1) \\ &\quad + \cdots + (i - 1 - i + 1) + (i - 1) \\ &= i \end{aligned}$$

17. x 에 대한 방정식 $(a-2)(x-a)=0$ 의 풀이 과정에서 다음 중 옳은 것은?

① $a=0$ 일 때, $x=2$

② $a \neq 2$ 일 때, $x=a$

③ $a=2$ 일 때, 불능

④ $a=0$ 일 때, 부정

⑤ 해는 없다.

해설

$$(a-2)(x-a)=0$$

$$\Rightarrow a=2 \text{ 또는 } x=a$$

i) $a=2$ 일 때 : 부정

ii) $a \neq 2$ 일 때 : $x=a$

18. 다음 방정식의 해는?

$x^2 + 3|x| - 4 = 0$

- ① 0
- ② ±1
- ③ ±√2
- ④ ±√3
- ⑤ ±2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$ 이므로 주어진 방정식은
 $x^2 + 3x - 4 = 0, (x + 4)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$
이 때, $x \geq 0$ 이므로 $x = -4$ 는 부적합
 $\therefore x = 1$
(ii) $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이므로 주어진 방정식은
 $x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = -1$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -1$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$
이 때, $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합
(i), (ii)에서 $x = \pm 1$

19. $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + 2bx + 3a = 0$ 를 동시에 만족하는 x 는 -1 밖에 없을 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = -1$ 은 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$,

$x^2 + 2bx + 3a = 0$ 의 공통근이므로

$1 - a + b = 0$, $1 - 2b + 3a = 0$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -3$, $b = -4$

$\therefore ab = 12$

20. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프가 x 축에 접할 때, 상수 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -x^2 - 4x + k$ 의 그래프를
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
 $y - (-3) = -x^2 - 4x + k$
 $y = -x^2 - 4x + k - 3$
 $\therefore y = -(x + 2)^2 + k + 1$
이 그래프가 x 축에 접하려면
꼭지점의 y 좌표가 0 이어야 하므로 $k + 1 = 0$
 $\therefore k = -1$

21. 두 방정식 $2xy = x^2$, $2xy = y^2 - y$ 를 모두 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

순서쌍 (x, y) 는 연립방정식

$$\begin{cases} 2xy = x^2 & \dots \textcircled{A} \\ 2xy = y^2 - y & \dots \textcircled{B} \end{cases} \text{의 해이다.}$$

①에서 $x = 0$ 또는 $x = 2y$

(i) $x = 0$ 일 때 :

②에서 $y^2 - y = 0$

$\therefore y = 0$ 또는 1

(ii) $x = 2y$ 일 때 :

②에서 $4y^2 = y^2 - y$

$\therefore y = 0$ 또는 $-\frac{1}{3}$

$\therefore (x, y) = (0, 0), (0, 1), \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

22. 다음 두 방정식이 공통근 α 를 갖는다. 이 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + (m + 2)x - 4 = 0, x^2 + (m + 4)x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 방정식의 공통근이 α 이므로
 $\alpha^2 + (m + 2)\alpha - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\alpha^2 + (m + 4)\alpha - 6 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $-2\alpha + 2 = 0 \therefore \alpha = 1$
 $\alpha = 1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $1 + m + 2 - 4 = 0$
 $\therefore m = 1$
 $\therefore m + \alpha = 2$

23. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이다. 이때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

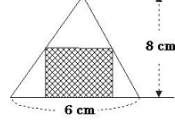
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
또, $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로
 $\alpha + \beta + \alpha\beta = 2a + 1, (\alpha + \beta)\alpha\beta = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a + b = 2a + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$
 $ab = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 를 연립하여 풀면
 $a = 1, b = 2$ 또는 $a = -2, b = -1$

24. 철민이는 그림과 같이 밑변의 길이가 6 cm, 높이가 8 cm 인 삼각형 모양의 나무 판자를 가지고 있다. 이 판자를 그림과 같이 잘라 넓이가 12 cm^2 인 직사각형 모양의 판자를 만들려고 한다. 이 때, 이 판자의 가로 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

삼각형에 내접하는 직사각형의 가로를 α , 세로를 β 라 하자.

다음 조건에 의해 $\alpha : 8 - \beta = 3 : 4$

$$\Rightarrow 3\beta = 24 - 4\alpha,$$

넓이가 12 이므로 $\alpha\beta = 12$

$$\therefore \alpha\beta = \alpha\left(8 - \frac{4}{3}\alpha\right) = 12, (\alpha - 3)^2 = 0$$

$$\therefore \alpha = 3$$

25. x, y 가 실수일 때, $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} f(x, y) &= x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 2y \\ &= x^2 - 2(y-1)x + 2y^2 + 2y \\ &= \{x - (y-1)\}^2 + (y+2)^2 - 5 \end{aligned}$$

따라서 $x = -3, y = -2$ 일 때, 최솟값 -5