

1. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 16 cm 인 직사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

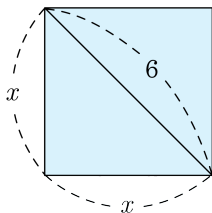
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설

대각선의 길이는 $\sqrt{8^2 + 16^2} = \sqrt{64 + 256} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}(\text{cm})$
 $\therefore 8\sqrt{5} \text{ cm}$

2. 다음 정사각형의 대각선의 길이는 6 이다. 이 정사각형의 한 변의 길이는?



① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

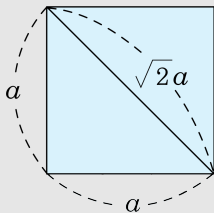
③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

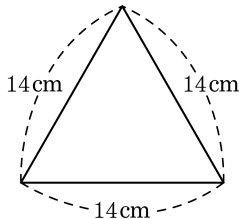
⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{2}a &= 6 \text{ 이므로} \\ \therefore a &= \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$



3. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 14cm 인 정삼각형의 넓이를 구하여라.



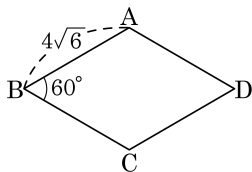
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $49\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$$\text{정삼각형의 넓이} : \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14^2 = 49\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{6}$ 인 마름모의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $48\sqrt{3}$

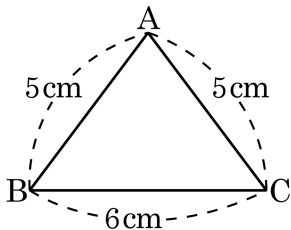
해설

$\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{6}$ 인 정삼각형이므로

넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{6})^2 = 24\sqrt{3}$ 이다.

따라서 마름모의 넓이는 $2 \times 24\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 이등변삼각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 12cm²

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC}$ 를 기준으로 한 높이를 h 라고 하면,

$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$$

$$\text{넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$$

6. 다음 두 점을 연결한 선분의 길이가 $3\sqrt{2}$ 라고 할 때 x 의 값으로 알맞은 것은?

보기

$$A(-3, 3), \quad B(x, 5)$$

① $\sqrt{14} + 4, \sqrt{14} - 4$

② $\sqrt{14} - 3, -\sqrt{14} - 3$

③ $\sqrt{14} + 4, -\sqrt{14} + 4$

④ $\sqrt{14} - 4, -\sqrt{14} + 4$

⑤ $-\sqrt{14} - 3, -\sqrt{14} - 4$

해설

$A(-3, 3), B(x, 5)$ 에서

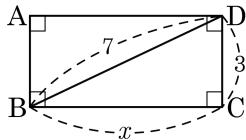
$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(x+3)^2 + (5-3)^2} \\ &= \sqrt{(x+3)^2 + 4} = 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$(x+3)^2 + 4 = 18, \quad (x+3)^2 = 14$$

$$x = \pm\sqrt{14} - 3$$

따라서 $x = \sqrt{14} - 3$ 또는 $x = -\sqrt{14} - 3$ 이다.

7. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2\sqrt{10}$

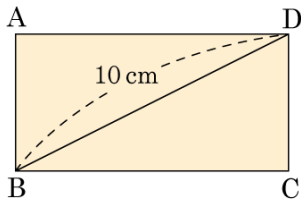
해설

피타고라스 정리에 따라서 $49 = 9 + x^2$

x 는 변의 길이이므로 $x > 0$

$\therefore x = 2\sqrt{10}$ 이다.

8. 다음 직사각형 ABCD 에서 가로의 길이는 세로의 길이의 2배이다. 대각선의 길이가 10 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.



① $4\sqrt{5}$ cm

② $2\sqrt{5}$ cm

③ $5\sqrt{2}$ cm

④ $8\sqrt{5}$ cm

⑤ $3\sqrt{5}$ cm

해설

세로의 길이를 x cm 라고 하면

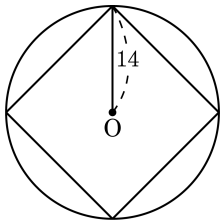
$$\sqrt{x^2 + (2x)^2} = 10$$

$$5x^2 = 100$$

$$x = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

따라서 가로의 길이는 $2x = 4\sqrt{5}$ cm 이다.

9. 반지름의 길이가 14 인 원 안에 정사각형이 내접해 있다. 정사각형의 한 변의 길이는 ?



① $10\sqrt{2}$

② $12\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{2}$

④ $14\sqrt{3}$

⑤ $14\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{2}a = 28 \text{ 이므로}$$

$$a = \frac{28}{\sqrt{2}} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

10. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 높이는 ?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$

② $6\sqrt{3}$

③ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

$$(\text{넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3} \text{ 이므로 } a^2 = 36$$

$$\therefore a = 6$$

$$(\text{높이}) = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

11. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 2 인 마름모이다. $\square ABCD$ 의 넓이는?

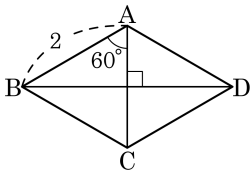
① 2

② $2\sqrt{3}$

③ 4

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $8\sqrt{3}$

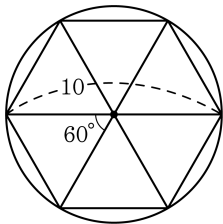


해설

대각선의 교점을 H 라 하면 $\triangle ABH$ 에서
 $\overline{AH} = 1$, $\overline{BH} = \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AC} = 2$, $\overline{BD} = 2\sqrt{3}$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

12. 지름이 10인 원 안에, 다음과 같이 정육각형이 내접해 있다. 이때, 정육각형의 넓이는?



① $\frac{71\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{77\sqrt{3}}{2}$

② $\frac{73\sqrt{3}}{2}$
⑤ $\frac{79\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{75\sqrt{3}}{2}$

해설

(정육각형의 넓이) = (정삼각형의 넓이) $\times$ 6 이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 6 = \frac{75\sqrt{3}}{2}$$

13. 다음 그림의 이등변삼각형 ABC 에서 높이 $\overline{AH}$ 는?

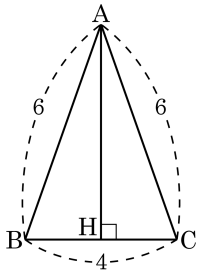
① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$



해설

$$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 이 때, x 는?

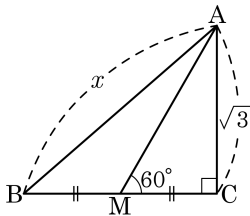
① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{7}$

④ $\sqrt{11}$

⑤ $\sqrt{13}$



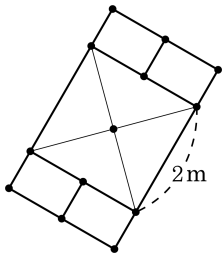
해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{CM} = 1$ 이다.

따라서 $\overline{BM} = 1$ 이고

$$\overline{AB} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7} \text{ 이다.}$$

15. 땅따먹기를 하기 위해 다음과 같이 땅에 지형을 그렸는데, 가운데 부분(한 변의 길이가 2m 인 정사각형 부분의 대각선)의 길이가 선이 희미해져 대각선 2개를 다시 그으려고 한다. 다시 그어야 할 대각선의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: $4\sqrt{2}\underline{m}$

해설

피타고라스 정리를 적용하여

$$x^2 = 2^2 + 2^2$$

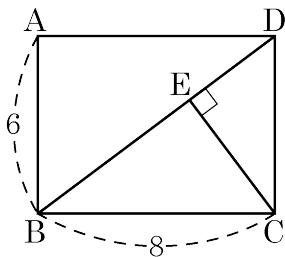
$$x^2 = 8$$

그런데, $x > 0$ 이므로

$$x = \sqrt{8} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2} \text{ (m)}$$

따라서 $2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ (m) 이다.

16. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{32\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{32}{25}$

③ $\frac{32}{5}$

④ $\frac{64}{5}$

⑤ $\frac{16\sqrt{5}}{25}$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$\triangle BCD \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{CE} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{24}{5} \quad \triangle CBE \text{에서}$$

$$\overline{BE} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{64 - \frac{576}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{1024}{25}}$$

$$= \frac{32}{5}$$

17. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 이등변삼각형의 가장 긴 높이는?

17 cm, 17 cm, 16 cm

① 5 cm

② 7 cm

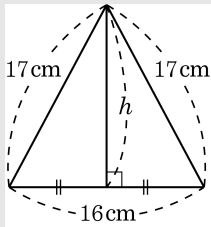
③ 9 cm

④ 10 cm

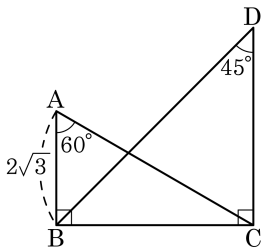
⑤ 15 cm

해설

이등변삼각형의 높이 $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$



18. 다음 그림에서 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



① $6\sqrt{3}$

② $3\sqrt{3}$

③ $3\sqrt{2}$

④ 6

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

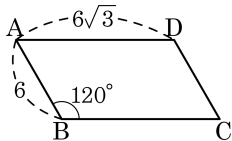
$$\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} = 2\sqrt{3} : \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{BC} = 6$$

$$\overline{BC} : \overline{BD} = 1 : \sqrt{2} = 6 : \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{BD} = 6\sqrt{2}$$

19. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B = 120^\circ$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

점 D 에서 수선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 H 라고 두면 $\angle DCB = 60^\circ$ 이므로

$\overline{DC} : \overline{DH} = 2 : \sqrt{3} = 6 : x$, $x = 3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 넓이는 $3\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} = 54$ 이다.

20. 좌표평면 위의 네 점 A (2, 4), B (-2, 1), C (-3, -5), D (1, -2)를 꼭짓점으로 하는 □ABCD 는 어떤 사각형인가?

▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(1+3)^2 + (-2+5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{37}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-3+2)^2 + (-5-1)^2} = \sqrt{37}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-3-2)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{106}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{18}$$

따라서, □ABCD 는 두 쌍의 대변의 길이가 같고, 두 대각선의 길이가 같지 않으므로 평행사변형이다.

21. 두 점 $A(3, 1-a)$, $B(2a+1, 4)$ 사이의 거리가 $\sqrt{37}$ 이 되도록 하는 모든 실수 a 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{24}{5}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(2a+1-3)^2 + (4-1+a)^2} = \sqrt{37} \text{ 이므로}$$

$$(2a-2)^2 + (3+a)^2 = 37$$

$$5a^2 - 2a + 13 - 37 = 0$$

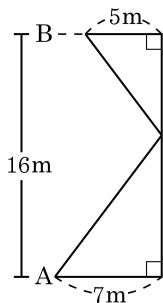
$$5a^2 - 2a - 24 = 0$$

$$(5a-12)(a+2) = 0$$

a 가 되는 두 실수 근의 곱은 $-\frac{24}{5}$ 이다.

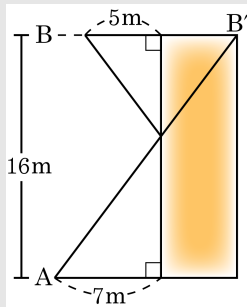
22. 태민이네 학교에서 달리기 대회를 개최하는데 다음 그림과 같이 A 지점을 출발하여 학교 내에 일직선상으로 설치되어있는 벽을 한번 이상 거쳐서 B 지점에 도착하여야 한다. 태민이가 달려야 할 최소 거리는?

- ① 16 m ② 17 m ③ 18 m
 ④ 19 m ⑤ 20 m



해설

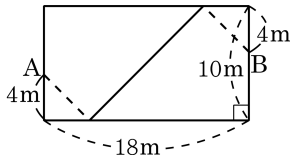
B를 벽에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면



$\overline{AB'}$ 의 길이가 구하는 최소의 거리이다.

$\therefore$ 구하는 최소 거리는 $\sqrt{(5+7)^2 + 16^2} = 20(\text{m})$ 이다.

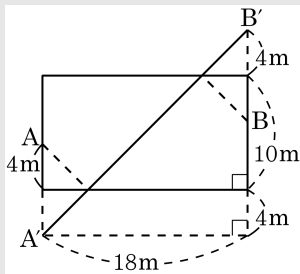
23. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 방 안에 개미 한 마리가 점 A 에서 출발하여 남쪽 벽과 북쪽 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도달하였다. 개미가 지나간 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : $18\sqrt{2}$ m

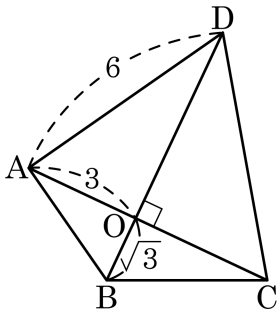
해설



최단거리는 $\overline{A'B'}$ 이다.

$$\therefore \overline{A'B'} = \sqrt{18^2 + 18^2} = 18\sqrt{2}(\text{m})$$

24. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6$, $\overline{AO} = 3$, $\overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\triangle ABO$ 에서
 $\overline{AB}^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$ 이므로

$$12 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + 6^2$$

$$\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 = 36 - 12 = 24$$

25. 높이가 6 cm 인 정삼각형의 넓이를 구하면?

① 6 cm^2

② 9 cm^2

③ $9 \sqrt{3} \text{ cm}^2$

④ $10 \sqrt{2} \text{ cm}^2$

⑤ $12 \sqrt{3} \text{ cm}^2$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a \text{ cm}$ 라 하면,

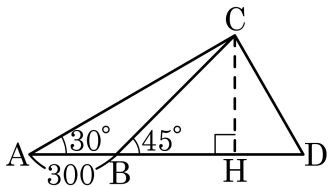
$$\text{높이 } h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ 이므로 } \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6$$

$$\therefore a = 4 \sqrt{3}$$

따라서, 넓이

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(4 \sqrt{3})^2 = 12 \sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

26. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 45^\circ$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $300(1 + \sqrt{2})$

② $300(1 - \sqrt{2})$

③ $150(\sqrt{3} + 1)$

④ $150(\sqrt{3} - 1)$

⑤ $150(\sqrt{2} + 1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

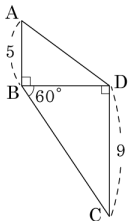
$$x : (300 + x) = 1 : \sqrt{3}$$

$$300 + x = \sqrt{3}x$$

$$(\sqrt{3} - 1)x = 300$$

$$x = 150(\sqrt{3} + 1)$$

27. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$ 일 때, 두 대각선 AC , BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

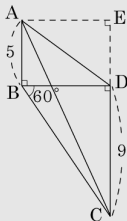
▶ 답 :

▶ 정답 : $\overline{AC} = \sqrt{223}$

▶ 정답 : $\overline{BD} = 3\sqrt{3}$

해설

대각선 BD 의 길이는 $3\sqrt{3}$ 이다.



$$\triangle ACE \text{ 에서 } \overline{AE} = \overline{BD} = 3\sqrt{3}, \overline{EC} = 5 + 9 = 14$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 14^2} = \sqrt{223}$$

28. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC} = 9$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{BE}$ 의 최솟값은?

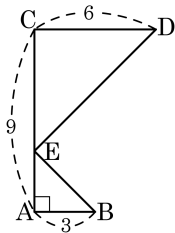
① 3

② 6

③ 9

④ $6\sqrt{2}$

⑤ $9\sqrt{2}$

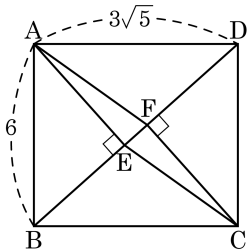


해설

점 D 를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D' 이라고 하면 $\overline{BE} + \overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.

$\therefore \overline{D'B} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $3\sqrt{5}$, 6 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\square AECF$ 의 넓이를 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 + 6^2} = 9$$

$\triangle ABD \sim \triangle EBA$ ($\because \angle A$ 닮음) 이므로

$$\overline{BD} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{BE}$$

$$9 : 6 = 6 : \overline{BE}, \therefore \overline{BE} = 4$$

$\triangle EBA \cong \triangle FDC$ ($\because \text{RHA}$ 합동) 이므로

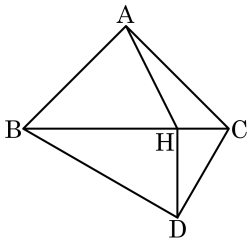
$$\overline{DF} = \overline{BE} = 4, \therefore \overline{EF} = \overline{BD} - 2\overline{BE} = 1$$

$$\text{직각삼각형 ABD 에서 } \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD}, 9 \times \overline{AE} =$$

$$6 \times 3\sqrt{5}, \therefore \overline{AE} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \square AECF = \overline{AE} \times \overline{EF} = 2\sqrt{5} \times 1 = 2\sqrt{5}$$

30. 다음 그림에서 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\angle DBC = 30^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, $\overline{CD} = 1$ 이고, 점 D 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ACH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\angle DBC = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2$$

$\angle ACB = 45^\circ$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면

$$x^2 + x^2 = 2^2 \therefore x = \sqrt{2}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 길이는 1
 $\triangle CDH$ 에서 $\angle HCD = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \triangle ACH = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$$