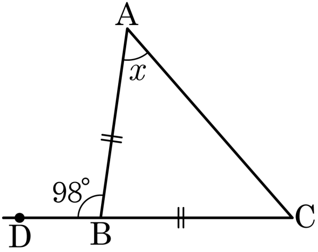
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{CB}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD=98°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



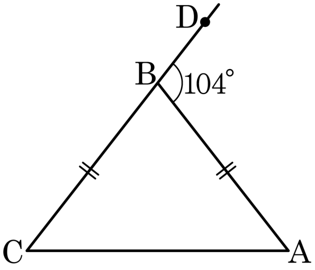
① 45° ② 47° ③ 49° ④ 51° ⑤ 53°

해설

$2\times\angle x=98°$

$\therefore \angle x=49°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 104°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



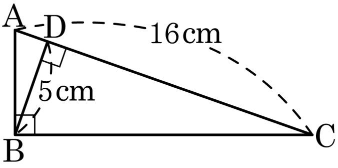
① 46° ② 48° ③ 50° ④ 52° ⑤ 55°

해설

$2 \times \angle BAC = 104°$

$\therefore \angle x = 52°$

3. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

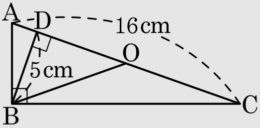


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

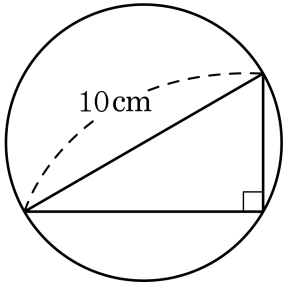
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$$

4. 다른 그림와 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

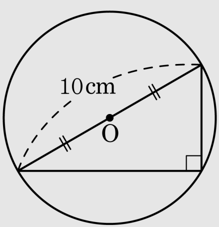


▶ 답: ____ cm

▷ 정답: 5 cm

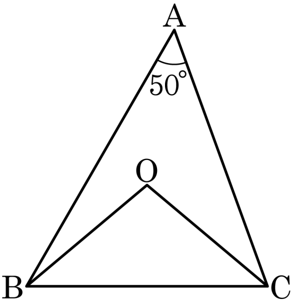
해설

직각삼각형의 외심 O는 빗변의 중심에 존재한다.



따라서 반지름의 길이는 5cm 이다.

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



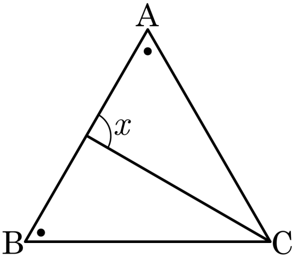
① $110°$　② $100°$　③ $105°$　④ $95°$　⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$

$\therefore \angle BOC = 100°$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x$ 의 크기는?

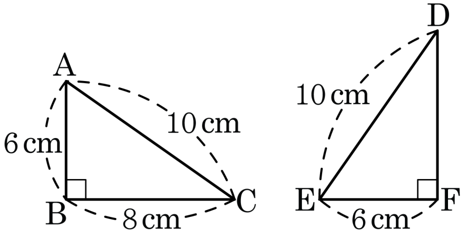


① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형 이등변삼각형의 꼭짓각의 이등분선은 밑 변을 수직이등분하므로 $\angle x = 90°$ 이다.

7. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



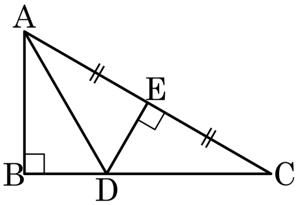
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB$, $\triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하고 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이 될 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동)

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동) 이므로

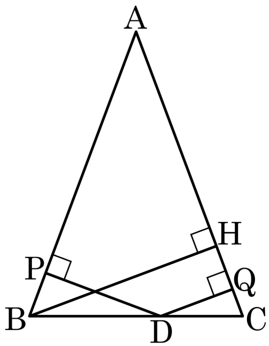
$\angle C = \angle DAE = \angle DAB$

$\angle C = a$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2a + a + 90° = 180°$

$\therefore\ \angle C = a = 30°$

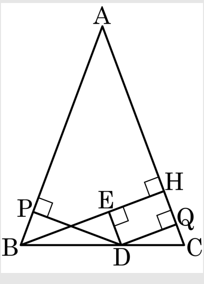
9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 8\text{cm}$, $\overline{DQ} = 5\text{cm}$ 이다. 꼭짓점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

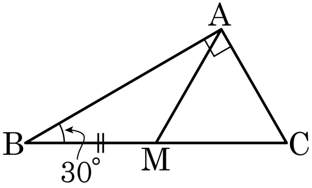


점 D 에서 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면

$\triangle PBD \equiv \triangle EDB$(RHA 합동)

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = \overline{DP} + \overline{DQ} = 8 + 5 = 13(\text{cm})$

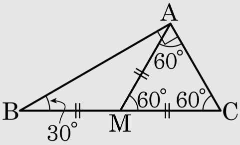
10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 M은 $\triangle ABC$의 외심이고, $\triangle AMC$의 둘레의 길이가 9일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설



$\triangle AMC$의 둘레의 길이가 9이고, $\triangle AMC$가 정삼각형이므로

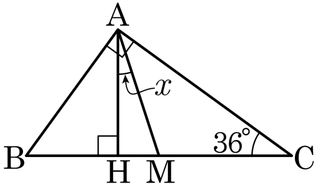
한 변의 길이는 3이다.

점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 3$

$\overline{BC} = \overline{BM} + \overline{MC}$이므로 $\overline{BC} = 6$이다.

11. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36^\circ \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 이다.

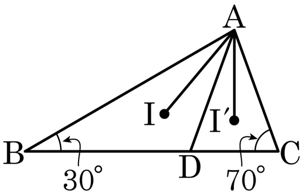
$\angle BAH = 180^\circ - \angle ABC - 90^\circ = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ \cdots$ ㉡

$\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

따라서 $x = 18^\circ$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 △ABD, △ADC 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _°

▷ 정답 : 40_°

해설

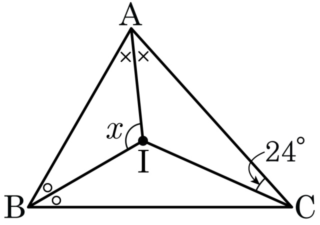
$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$

$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80^\circ$ 이므로

$$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40^\circ$$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle ICA = 24°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답: ______°

▷ 정답: 114°

해설

점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$\angle ICA = \angle ICB = 24°$

$\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$2 \times + 2 \bullet + 2 \times 24° = 180°$

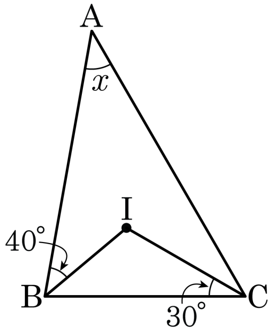
$\therefore \times + \bullet = 66°$

$\triangle IAB$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle x + \times + \bullet = 180°$

$\therefore \ \angle x = 114°$

14. $\triangle$ABC에서 점 I가 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

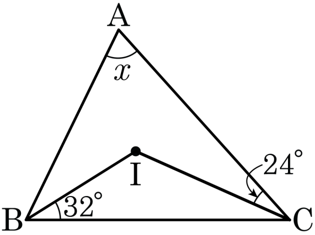


① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ **답 :** ________ °

▷ **정답 :** 68°

해설

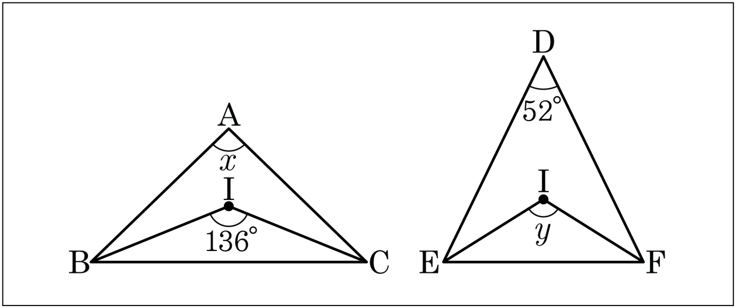
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 24°$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 32° - 24° = 124°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $124° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore\ \angle A = 68°$

16. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



① $178°$ ② $188°$ ③ $198°$ ④ $208°$ ⑤ $218°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

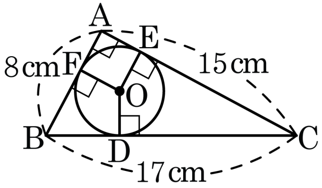
$\angle BIC = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \ \angle x = \angle A = 92°$

또, 점 I′이 삼각형의 내심일 때, $\angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D$ 이다.

$\angle y = \angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

17. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E, F는 내접원과 세 변의 접점이다.
이때, 선분 AF의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

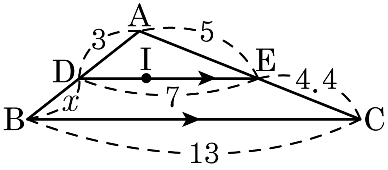
해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = x\text{cm}$ 라고 하면

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8 - x$, $\overline{CE} = \overline{CD} = 15 - x$

$\therefore 8 - x + 15 - x = 17, x = 3\text{ cm}$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



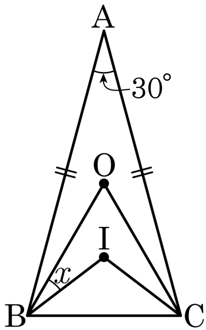
▶ 답 :

▷ 정답 : 2.6

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이다.
따라서 $x = \overline{DB} = \overline{DE} - \overline{EC} = 7 - 4.4 = 2.6$ 이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15　　② 22.5　　③ 25　　④ 27.5　　⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30°$ 이므로

$\angle ABC = 75°$, $\angle BOC = 60°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

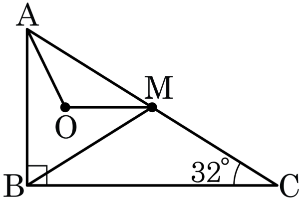
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\angle C = 32°$ 인 삼각형 ABC 의 외심이 M 이고, 삼각형 ABM 의 외심을 O 라 할 때, $\angle AOM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{116°}$

해설

외심이 선분 AC 위에 있으므로 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이며 점 M 은 선분 AC 의 중점임을 알 수 있다.

$\triangle MBC$ 에서 $\overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로

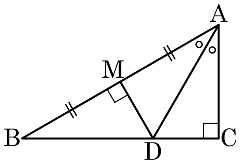
$\angle C = \angle MBC = 32°$

$\therefore\ \angle ABM = 90 - 32 = 58°$

점 O 가 삼각형 ABM 의 외심이므로

$\therefore\ \angle AOM = 2\angle ABM = 116°$

21. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 30 °

해설

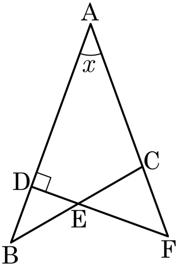
$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동)이므로 $\angle B = \angle MAD$이다.

$\angle B + \angle A = 90°$이고

$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$이므로

$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$이다.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AC 연장선 위에 점 F 를 잡아 F 를 지나면서 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이 변 AB , 변 BC와 만나는 점을 각각 D, E 이라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle ECF = \angle x$ 이다.

② $\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

③ $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이다.

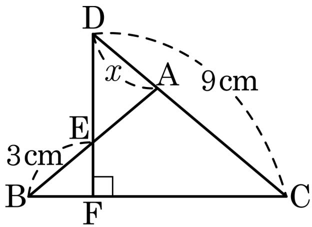
④ $\angle DBE$ 의 크기는 $\angle BED$ 와 항상 같다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 길이는 $\overline{DF}$ 의 길이와 항상 같다.

해설

① $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle ABC = \angle x$
$\angle BCF = 2\angle x = \angle ECF$
②, ③ $\triangle ADF$ 에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$,
$\angle CEF = 180° - (2\angle x + 90° - \angle x) = 90° - \angle x$
따라서 $\triangle CEF$는 이등변삼각형이다.
④ $\triangle BDE$에서 $\angle DBE = \angle x$이고 $\angle BED = 90° - \angle x$이므로
$\angle x = 45°$가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 같지는 않다.
⑤ $\triangle ADF$ 에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$이고 $\angle DAF = \angle x$이므로
$\angle x = 45°$가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 이등변삼각형인 것은 아니므로 $\overline{AD}$ 의 길이와 $\overline{DF}$ 의 길이는 항상 같지는 않다.

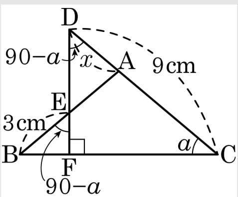
23. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

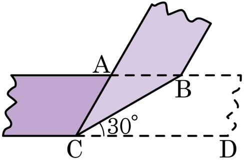


$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.

따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90° - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90° - a$ 이다. 즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.

따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$, $\overline{AB} = x+3(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{AB} = 9 - x(\text{cm})$ 이므로 $x + 3 = 9 - x$, $x = 3(\text{cm})$ 이다.

24. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



① $100°$　② $110°$　③ $120°$　④ $130°$　⑤ $140°$

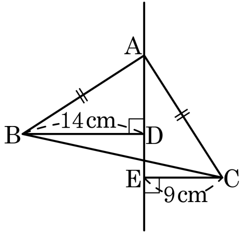
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$

$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

25. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD}=14\text{cm}$, $\overline{CE}=9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

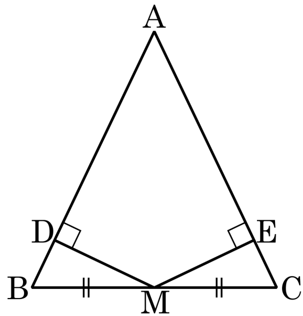
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD}=\overline{AE}=14\text{cm}$, $\overline{AD}=\overline{CE}=9\text{cm}$

$\therefore \overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}=5(\text{cm})$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 않은 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$

② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$

④ $\angle BMD=\angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB}=\overline{MC}$

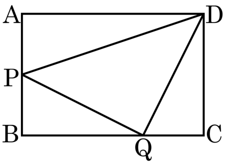
ii) $\angle B=\angle C(\because \triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB=\angle MEC=90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

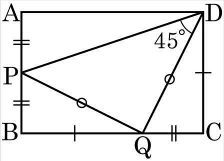
따라서 $\overline{MD}=\overline{ME}$ 이다.

27. 다음 그림의 $\overline{AB}$: $\overline{BC}$ = 2 : 3 인 직사각형ABCD에서 점 P 는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



① 45°　　② 50°　　③ 55°　　④ 60°　　⑤ 65°

해설



위의 그림처럼 D 와 Q 를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,

$\overline{PB} = \overline{QC}$

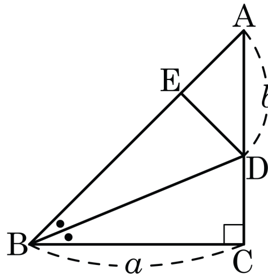
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

28. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a - b$　　② $2a - b$　　③ $2b - a$

④ $a + b$　　⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$

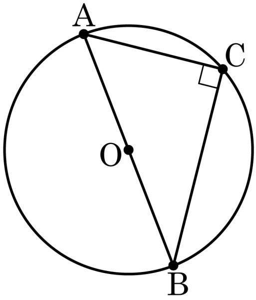
$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b \\ &= 2a - b\end{aligned}$$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

29. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$의 길이가 7π라 할 때 $\overline{AO}$의 길이를 구하여라.



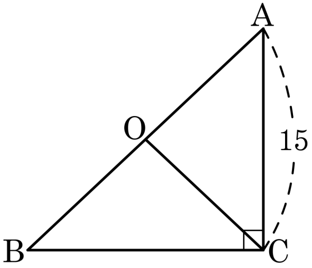
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π이다.
원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
$\overline{AO} = 7$이다.

30. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



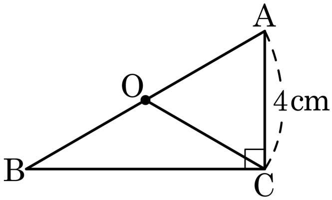
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

31. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=$ 12cm이면 $\angle ABC$ 의 크기는?

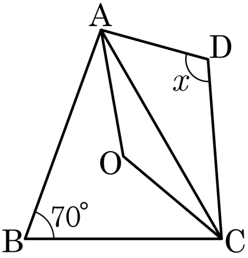


① $10°$　② $20°$　③ $30°$
④ $40°$　⑤ 알 수 없다.

해설

$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이고
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$이다.
따라서 $\triangle AOC$는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$
$\therefore\ \angle ABC=30°$

32. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



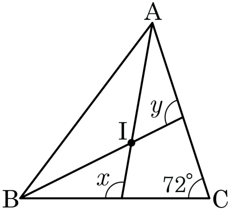
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 110 °

해설

$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$
$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$
□AOCD 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$,
$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110°$

33. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

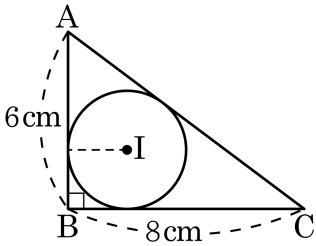


① $190\,^{\circ}$ ② $191\,^{\circ}$ ③ $192\,^{\circ}$ ④ $194\,^{\circ}$ ⑤ $198\,^{\circ}$

해설

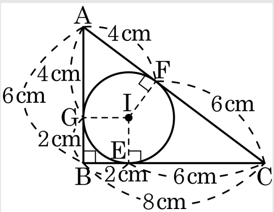
$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = a$,
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{CBI} = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72\,^{\circ} = 180\,^{\circ}$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 54\,^{\circ}$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72\,^{\circ}) + (\angle b + 72\,^{\circ}) = \angle a + \angle b + 144\,^{\circ} = 198\,^{\circ}$

34. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



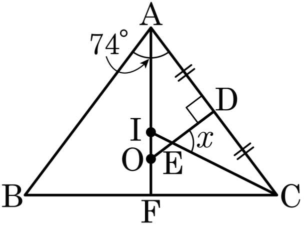
① 9cm　② 10cm　③ 11cm　④ 12cm　⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2 cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{ cm}$ 이다.
$\overline{AD} = 4\text{ cm}, \overline{EC} = 6\text{ cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{ cm})$ 이다.

35. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74°$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

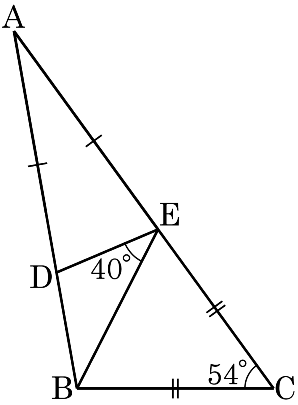
해설

$$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180° - 74°) = 53°$$

$$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53° = 26.5°$$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90° - \angle ACI = 90° - 26.5° = 63.5°$ 이다.

36. 다음 그림에서 $\triangle ADE$ 와 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다. $\angle DEB = 40°$, $\angle C = 54°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $\underline{26°}$

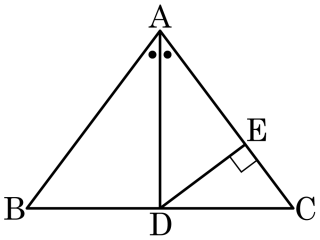
해설

$\angle BEC = (180° - 54°) \div 2 = 63°$

$\angle AED = 180° - (40° + 63°) = 77°$

$\angle A = 180° - 77° \times 2 = 26°$

37. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10\text{cm}, \overline{DC} = 6\text{cm}, \overline{DE} = 4.8\text{cm}$, 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 8 cm

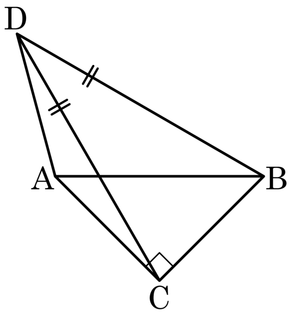
해설

$\overline{AD}$ 는 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선이므로
$\overline{BD} = \overline{CD}, \angle ADC = 90°$ 이다.

$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 \times 4.8$

$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

38. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 외부에 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았다. $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.

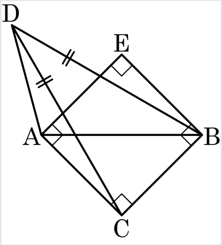


▶ 답: $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답: 30 °

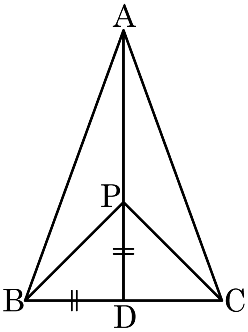
해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고 $\angle CBE = 90°$ 이 되도록 정사각형 ACBE 를 그리고 $\overline{DE}$ 를 긋는다.



$\triangle BCD$ 가 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle DCB = \angle BCD$
$\triangle DCB$ 와 $\square ACBE$ 에서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AC} = \overline{BE}$,
$\angle ACD = 90° - \angle DCB = 90° - \angle DBC = \angle EBD$ 이므로 $\triangle DAC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{DA} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다.
이때, $\angle CDB = x$ 라 하면 $\triangle CDB$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle DBC = \frac{1}{2}(180 - x) = 90 - \frac{x}{2}$
$\therefore\ \angle DBE = 90 - \angle DBC = 90 - \left(90 - \frac{x}{2}\right) = \frac{x}{2}$
$\triangle DBE$ 에서 $\angle EDB = \angle EBD = \frac{x}{2}$ 이므로
$\angle ADC = \angle EDB = \frac{x}{2}$
$\angle ADE = 60$ 이므로 $\frac{x}{2} + x + \frac{x}{2} = 60$
$\therefore\ x = \angle BDC = 30°$

39. 다음 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다. $\overline{PD} = \overline{BD}$ 이고 $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 6 cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 에서

$\overline{PB} = \overline{PC}, \overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAD = \angle CAD$ 이므로

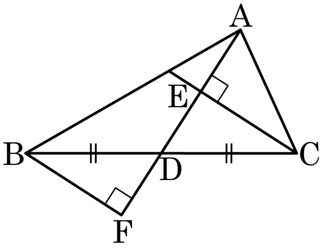
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD(\text{SAS})$ 합동

따라서 $\angle ADB = \angle ADC$

$\therefore \angle ADC = 90°$

$\therefore \overline{PD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 6(\text{cm})$

40. $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\angle AEC = \angle AFB = 90°$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{CD}$

② $\overline{BF} = \overline{CE}$

③ $\overline{DE} = \overline{DF}$

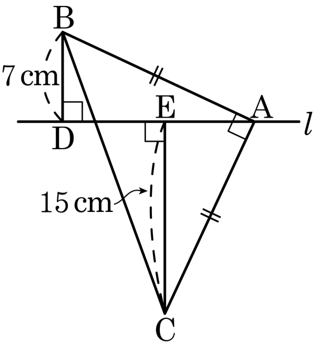
④ $\triangle BFD \equiv \triangle CED$

⑤ $\angle BAF = \angle ACE$

해설

$\triangle BFD \equiv \triangle CED$ (RHA 합동)

41. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, $\overline{BD} = 7\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 15\,\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

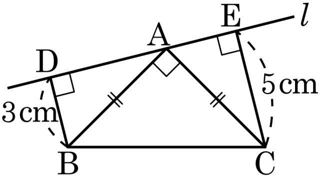
$\angle BAD = \angle ACE$,

$\triangle BDA \equiv \triangle AEC$ (RHA 합동)

$\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AE} = \overline{BD}$

$\overline{DE} = 15 - 7 = 8(\text{cm})$

42. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\dfrac{15}{2}$ cm^2

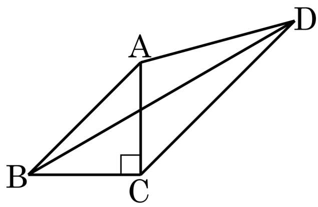
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA합동) 이므로

$\overline{AD} = \overline{CE} = 5(cm)$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 3 \times 5 = \dfrac{15}{2}(cm^2)$

43. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 외부에 $\angle DBC = 30°$, $\angle BCD = 135°$ 인 점 D 를 잡았다. 이때 $\angle CAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답: 105 °

해설

점 C 를 지나고 $\overline{BD}$ 에 평행한 직선과 직선 BD 를 $\overline{CD}$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 만나는 점을 E 라 하자.

$\triangle DBC$ 에서 $\angle BDC = 180° - (30° + 135°) = 15°$,

$\angle CDE = \angle BDC = 15°$ 이므로

$\angle CBD = \angle EDB = 30°$

점 C 와 E 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하면

$\triangle BCP$ 와 $\triangle DEQ$ 에서 $\angle CPB = \angle EQD = 90°$,

$\angle BCP = \angle DEQ = 60°$ 이고

$\overline{CP} = \overline{EQ}$ ($\because$ 평행선 사이의 거리) 이므로

$\triangle BCP \equiv \triangle DEQ$ (ASA 합동) $\quad \therefore \overline{BC} = \overline{DE}$

$\overline{BD} // \overline{CE}$ 이므로 $\angle DCE = \angle BDC = 15°$ (엇각)

$\therefore \angle DCE = \angle CDE$

즉, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{CE} = \overline{DE} = \overline{BC}$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{CE}$

이때, $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 45° + 15° = 60°$

이므로 $\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.

한편, $\overline{AE} = \overline{CE} = \overline{ED}$ 이고, $\triangle ECD$ 에서

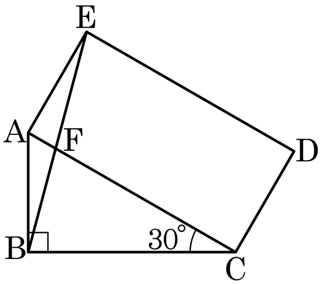
$$\begin{aligned}\angle AED &= 180° - (\angle AEC + \angle DCE + \angle CDE) \\ &= 180° - (60° + 15° + 15°) = 90°\end{aligned}$$

이므로 $\triangle AED$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle EAD = 45°$

$\therefore \angle CAD = \angle CAE + \angle EAD = 60° + 45° = 105°$

44. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle ABC = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle EFA$ 의 크기를 구하여라.



① 55°　② 60°　③ 65°　④ 70°　⑤ 75°

해설

$\angle BAC = 60°$

$\overline{AB}$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

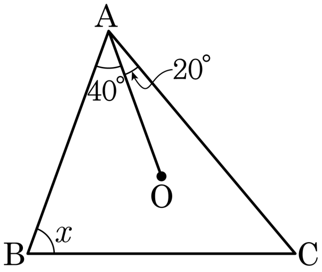
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AE}$

$\angle EAB = 90° + 60° = 150°$

$\angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle BFC = \angle EFA = 180° - (90° - 15°) - 30° = 75°$

45. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

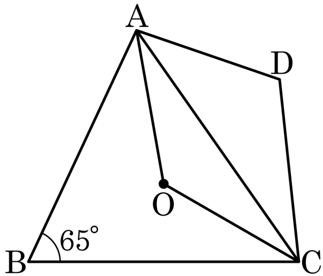


① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

46. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이면서 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.

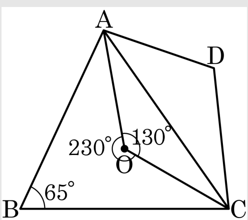


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 115 °

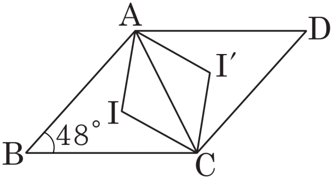
해설

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 130°$



$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times 230° = 115°$

47. 평행사변형 ABCD 에서 점 I, I′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle B = 48°$ 일 때, $\angle AIC$ 와 $\angle IAI'$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 48 °

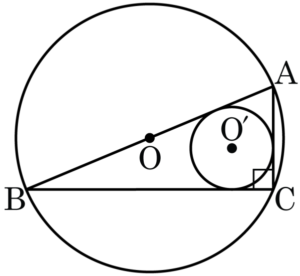
해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle B = 90° + \frac{1}{2} \times 48° = 114°$

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2} \times (180° - 48°) = 66°$

$\therefore \angle AIC - \angle IAI' = 114° - 66° = 48°$

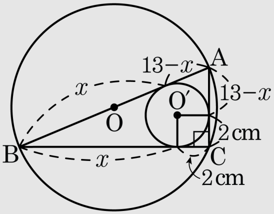
48. 다음 그림에서 원 O, O′ 은 각각 △ABC 의 외접원과 내접원이다. 원O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 6.5cm, 2cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 30 cm^2

해설

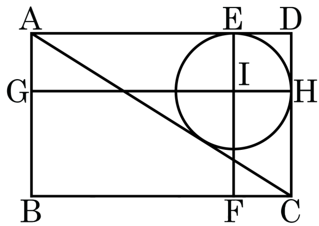


(△ABC 의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times (x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times (13-x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times 13 \times 2$

$= x + 2 + 15 - x + 13 = 30\ (\text{cm}^2)$

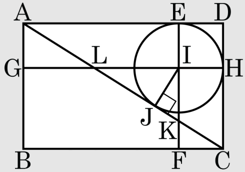
49. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=8$ 이다. $\triangle ACD$ 의 내심 I 를 지나고 변 AB, BC 에 평행한 직선을 그어 $\square ABCD$ 의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, $\square GBFI$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



점 I 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선을 발을 J 라 하고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ 와의 교점을 K, L 이라고 한다.

$\triangle CFK$ 와 $\triangle IJK$ 에서

$\angle CFK=\angle IJK=90°$

$\angle CKF=\angle IKJ$ (맞꼭지각)

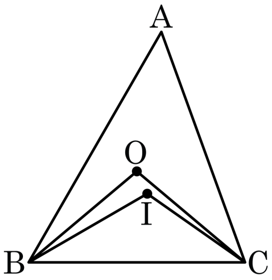
$\overline{CF}=\overline{HI}=\overline{IJ}$

$\triangle CFK\equiv\triangle IJK$ (ASA 합동)

같은 방법으로 $\triangle AGL\equiv\triangle IJL$

$\therefore\ \square GBFI=\triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times5\times8=20$

50. 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle BOC = 100°$ 이고, $\angle A = a°$, $\angle BIC = b°$ 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$\angle BAC = \angle BOC \div 2 = 50° = a°$

$\angle IBC + \angle ICB = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

$\angle BIC = 115° = b°$

$\therefore b - a = 115 - 50 = 65$