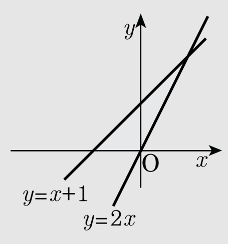
**1.** 기울기가 각각 1, 2 인 두 직선이 한 점 (1, 2) 에서 만날 때, 두 직선과 $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

기울기가 1, 2 인 두 직선은 $y = x + a$, $y = 2x + b$ 로 놓을 수 있고,
이 두 직선이 (1, 2) 를 지나므로 $a = 1$, $b = 0$
따라서 두 직선은 다음 그림과 같고 넓이 $S$ 는




$\therefore\ S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$

**2.** 기울기가 2 이고 점 (2, 1) 을 지나는 직선이 $x$ 축, $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 길이는?

① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　② $\frac{3\sqrt{5}}{2}$　③ 5　④ $3\sqrt{5}$　⑤ 6

해설

기울기가 2 이고 점 (2, 1) 을 지나는 직선의 방정식은
$y-1=2(x-2)$, $\therefore y=2x-3 \cdots$ ㉠
㉠에 $y=0$ 을 대입하면
$0=2x-3$, $\quad \therefore x=\frac{3}{2}$ 이므로
$x$ 축과 만나는 점 A 의 좌표는
$\mathrm{A}\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$
㉠의 $y$ 절편이 $-3$ 이므로 $y$ 축과
만나는 점 B 는 B(0, −3)
$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(0-\frac{3}{2})^2+(-3-0)^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$

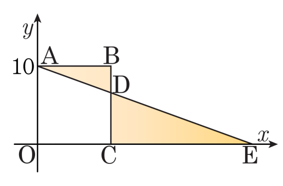
**3.** 점 $(0,\ 2)$ 를 지나고 $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각이 $30°$ 인 직선의 방정식은?

① $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$ ② $y=x+2$ ③ $y=2x+2$
④ $y=x+3$ ⑤ $y=x+4$

해설

기울기 $m=\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고
점 $(0,\ 2)$ 를 지나므로,
$y-2=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-0)$
$\therefore\ y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$

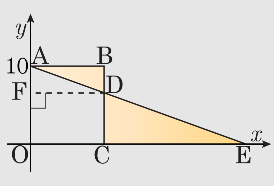
**4.** 다음 그림과 같은 정사각형 OABC 가 있다. 변 BC 위의 B, C 가 아닌 한 점 D 를 지나는 직선 AD 를 그을 때, 색칠된 부분의 넓이가 사다리꼴 OADC 의 넓이와 같다면 직선 AD 의 기울기는?




① $-\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{3}$　③ $-\frac{1}{4}$　④ $-\frac{1}{5}$　⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

다음 그림과 같이 점 D 에서 $y$ 축에 내린 수선의 발을 F 라 하면




$\triangle ADB = \triangle AFD$ 이므로

$\square OCDF = \triangle DCE$

즉, $\overline{OC} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{CE} \cdot \overline{CD}$

$\therefore\ \overline{CE} = 2\overline{OC}$

E$(30, 0)$ 이므로 직선 AD 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$

**5.** 두 이차함수 $y = -x^2 + 3$과 $y = x^2 - 4x + 3$의 그래프의 꼭지점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB의 $x$절편은?

① $\frac{3}{2}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$y = -x^2 + 3$ 의 꼭지점은 $\mathrm{A}(0, 3)$ 이고,
$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ 이므로 꼭지점은 $\mathrm{B}(2, -1)$ 이다.
이 때, 두 점 $\mathrm{A}(0, 3)$ ,$\mathrm{B}(2, -1)$ 을 지나는
직선의 방정식은 $y = -2x + 3$
따라서, $x$절편은 $0 = -2x + 3$ 에서
$x = \frac{3}{2}$ 이므로 $\frac{3}{2}$ 이다.

**6.** 두 점 $(4, -2)$, $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 $x$ 절편을 A, $y$ 절편을 B, 원점을 O 라 할 때, $\triangle$OAB 의 면적을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(4, -2)$, $(2, -3)$ 를 지나는 직선은

$y = \dfrac{-2-(-3)}{4-2}(x-2)-3 = \dfrac{1}{2}x-4$

$\Rightarrow$ $x$ 절편은 8 이고, $y$ 절편은 $-4$ 이다.

$\therefore$ $\triangle$OAB 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ 이다.

**7.** 어떤 시험 결과, 최저점은 25 점, 최고점은 160 점이었다. 이 점수를 환산식 $y = ax + b$에 의하여 최저점을 10 점, 최고점을 100 점으로 고치려고 한다. 처음의 100 점은 나중의 몇 점으로 환산되겠는가?

① 30  ② 40  ③ 50  ④ 60  ⑤ 70

해설

$25a + b = 10,\ 160a + b = 100$이므로 두 식을 연립한다.

$\Rightarrow \quad a = \frac{2}{3} \quad b = -\frac{20}{3}$

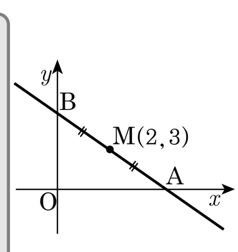
$\therefore$ 100 점을 환산하면, $\frac{2}{3} \times 100 - \frac{20}{3} = 60$

**8.** 직선 $l$ 이 $x$축, $y$축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 두 점 A, B의 중점 M의 좌표는 (2, 3)이다. 이 때, 직선 $l$의 방정식은?

① $y=-2x+2$ ② $y=-\frac{3}{2}x+3$ ③ $y=-\frac{2}{3}x+2$
④ $y=-\frac{3}{2}x+6$ ⑤ $y=\frac{2}{3}x+6$

해설

A, B의 중점이 (2, 3)이므로
A(4, 0), B(0, 6) 직선 $l$의 $x$절편이 4 , $y$ 절편이 6 이므로
직선의 방정식은 $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}+1$이다.
$\therefore\ y=-\frac{3}{2}x+6$



**9.** 다음 중 직선의 방정식을 바르게 구한 것을 <u>모두</u> 고르면?

> ㉠ 점 $(0, 5)$를 지나고, $x$축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $60°$인 직선 $\rightarrow y = x + 5$
> ㉡ 두 점 $\mathrm{A}(1, -1)$, $\mathrm{B}(-1, 3)$을 지나는 직선 $\rightarrow y = -2x + 1$
> ㉢ $x$ 절편이 $2$, $y$절편이 $-2$인 직선 $\rightarrow y = 2x - 2$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

**해설**

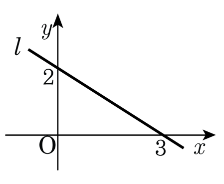
㉠ (기울기)$= \tan 60° = \sqrt{3}$ 이고 $y$절편이 $5$이므로 $y = \sqrt{3}x + 5$

㉡ $y + 1 = \dfrac{3 - (-1)}{-1 - 1}(x - 1)$, $\therefore\ y = -2x + 1$

㉢ $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-2} = 1$, $\therefore\ y = x - 2$

따라서 직선의 방정식을 바르게 구한 것은 ㉡뿐이다.

**10.** 직선 $l$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중이 직선 위의 점은?




① (0, 3) ② (2, 0)

③ (2, 1) ④ (6, −2)

⑤ (6, −1)

해설

주어진 직선 $l$ 의 기울기는 $-\frac{2}{3}$ , $y$ 절편이 2이므로

직선 $l$의 방정식은 $y=-\frac{2}{3}x+2\cdots$ ㉠

따라서, ㉠ 을 만족하는 점은 (6, −2) 이다.

**11.** 「$m$, $n$ 을 서로소인 자연수라 할 때, 좌표평면위의 두 점 P$(m,\ 0)$ , Q$(0,\ n)$ 을 잇는 선분 PQ 위에는 $x$ 좌표, $y$ 좌표가 모두 자연수인 점이 존재하지 않는다.」를 다음과 같이 증명하였다.

**<증명>**

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 방정식은
$\boxed{(가)}$ 이다. 따라서 $nx + my = mn$ $(0 < x < m,\ 0 < y < n)$ 을 만족하는 자연수 $x$, $y$ 가 존재한다고 가정하면 $my = n(m - x)$
좌변이 $m$ 의 배수이므로 우변도 $m$ 의 배수이고,
$m$, $n$ 이 서로소이므로
$\boxed{(나)}$ 는 $m$ 의 배수가 된다.
이것은 $0 < m - x < \boxed{(다)}$ 에 모순이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

① $nx + my = 1,\ \ m - x,\ \ m$　　② $nx + my = 1,\ \ m + x,\ \ 2m$

③ $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} = 1,\ \ m - x,\ \ m$　　④ $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} = 1,\ \ m + x,\ \ 2m$

⑤ $nx + my = 1,\ \ m + x,\ \ n$

**해설**

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 $x$ 절편, $y$ 절편이
각각 $m$, $n$ 이므로
$\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} = 1 \Leftrightarrow nx + my = mn$ ······ ㉠
㉠을 만족하는 자연수 $x$, $y$ 가
존재한다고 가정하면
$my = n(m - x)$ 에서 $m$, $n$ 이 서로소이므로
$m - x$ 는 $m$ 의 배수가 된다.
이것은 $0 < m - x < m$ 에 모순이다.

**12.** 직선 $x+ay-1=0$ 과 $x$ 축, $y$ 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, $a$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

해설

$y=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}$ 의 $x$ 절편은 $(1,\ 0)$ $y$ 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 1\times \frac{1}{a}=\frac{1}{4}$ $\Rightarrow$ $a=2$

**13.** 두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선이 $x$ 축, $y$ 축과 각각 점 A, B 에서 만날 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? (단 O 는 원점)

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

**해설**

두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y - 4 = \frac{4-2}{3-(-1)}(x-3)$

$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$y = 0$ 을 대입하면

$0 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, x = -5$

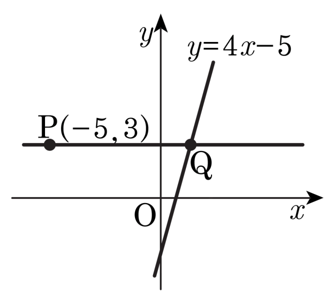
따라서 $x$ 축과 만나는 점 A 의 좌표는 $A(-5, 0)$

㉠의 $y$ 절편이 $\frac{5}{2}$ 이므로

$y$ 축과 만나는 점 B 의 좌표는 $B(0, \frac{5}{2})$,

$\triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$

**14.** 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$을 지나고 $x$축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$의 길이는?




① 6　② $\frac{13}{2}$　③ 7　④ $\frac{15}{2}$　⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 $x$축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q 의 $y$좌표가 3 이므로
$y = 4x - 5$에 $y = 3$을 대입하면 $3 = 4x - 5$
$\therefore x = 2$
따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3) 이다.
$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$

**15.** A $(1, 1)$, B $(-2, -3)$, C $(k, k+1)$이 일직선 위에 있도록 하는 상수 $k$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
$\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기가 일치해야 한다.

$\therefore \quad \dfrac{-3-1}{-2-1} = \dfrac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$

$\Rightarrow \quad \therefore\ k = 4$

**16.** 세 점 $(0, 2)$, $(3, -3)$, $(-3, a)$가 한 직선 위에 있도록 하는 $a$의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: $a = 7$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow \dfrac{-3-2}{3-0} = \dfrac{a-(-3)}{-3-3}$

$\Rightarrow a = 7$

**17.** 세 점 A$(3,\ a)$, B$(2,\ 1)$, C $(a+4,\ 2)$이 일직선 위에있을 때, 실수 $a$ 의 값들의 곱은?

① $-3$　　② $-2$　　③ $-1$　　④ $0$　　⑤ $1$

해설

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면
$\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$의 기울기는 같다.
$\overline{\mathrm{AB}}$의 기울기와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기가 같으므로
$\dfrac{1-a}{2-3} = \dfrac{2-1}{(a+4)-2},\ \dfrac{a-1}{1} = \dfrac{1}{a+2}$
$(a-1)\cdot(a+2)=1,\ a^2+a-3=0$
$\therefore$ 실수 $a$의 값의 곱은 $-3$

**18.** $ab < 0$ , $bc < 0$일 때, 직선 $ax + by + c = 0$이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제1 사분면　② 제2, 3 사분면　③ 제4 사분면
④ 제3 사분면　⑤ 제3, 4 사분면

해설

$ax + by + c = 0 \Rightarrow \quad y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
$ab < 0,\ bc < 0$이므로 기울기는 양수, $y$ 절편은 양수이다.
$\therefore$ 제4분면은 지나지 않는다.

**19.** 세 점 $A(2,\ 2)$, $B(4,\ -3)$, $C(2,\ 3)$에서 점 A를 지나고 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y=2x+6$　　② $y=2x-6$　　③ $y=-2x+6$

④ $y=-2x-6$　　⑤ $y=-x+6$

**해설**

중선은 삼각형의 면적을 이등분하므로
BC의 중점 M을 구하면 $(3,\ 0)$이다.
따라서, $A(2,\ 2)$와 $M(3,\ 0)$을 지나는
직선의 방정식을 구하면

$$y-2=\frac{0-2}{3-2}(x-2),\ y-2=-2(x-2)$$

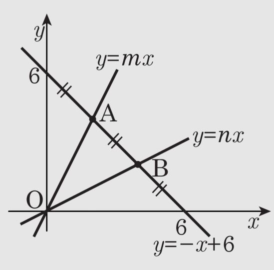
$\therefore\ y=-2x+6$

**20.** 직선 $x+y-6=0$과 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 두 직선 $y=mx$, $y=nx$ 에 의하여 삼등분 될 때, $m+n$ 의 값은?

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 4

해설

다음 그림과 같이 직선 $y=-x+6$과 두 직선 $y=mx$, $y=nx$의 교점을 각각 A, B라 하면 두 점 $(6,\ 0)$, $(0,\ 6)$을 잇는 선분을 $2:1$로 내분하는 점이 A이고, $1:2$로 내분하는 점이 B이다.




이 때, 두 점 A, B의 좌표는

$\mathrm{A}\left(\frac{2\cdot 0+1\cdot 6}{2+1},\ \frac{2\cdot 6+1\cdot 0}{2+1}\right)$,

$\mathrm{B}\left(\frac{1\cdot 0+2\cdot 6}{1+2},\ \frac{1\cdot 6+2\cdot 0}{1+2}\right)$

$\therefore \mathrm{A}(2,\ 4),\ \mathrm{B}(4,\ 2)$

따라서, 직선 $y=mx$는 점 $(2,\ 4)$를 지나고, 직선 $y=nx$는 점 $(4,\ 2)$를 지나므로

$m=2,\ n=\frac{1}{2}$

$\therefore m+n=\frac{5}{2}$

**21.** $x, y$에 관한 이차방정식 $2x^2-3xy+ay^2-2x+9y+b=0$이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, $ab$를 구하면?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
$px+qy+r=0 \cdots$ ㉠ ,
$p'x+q'y+r'=0 \cdots$ ㉡이라 하자.
㉠과 ㉡은 서로 직교하므로
$pp'+qq'=0$이다.
(준식)$=(px+qy+r)(p'x+q'y+r')=0$의
전개식에서 $x^2$의 계수와 $y^2$의 계수의 합은
$pp'+qq'$이므로 $a+2=pp'+qq'=0$
$\therefore\ a=-2$
$a=-2$를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
$=2x^2-(3y+2)x+(-2y^2+9y+b)=0 \cdots$ ㉢
㉢이 두 직선의 곱을 나타내므로
㉢의 판별식 $D_1=(3y+2)^2-8(-2y^2+9y+b)$
$=25y^2-60y+(4-8b) \cdots$ ㉣이 완전제곱식이다.
따라서 ㉣의 판별식 $\frac{D_2}{4}$는 0이다.
$\frac{D_2}{4}=30^2-25(4-8b)=0$
$\therefore\ b=-4$
$\therefore\ ab=(-2)\cdot(-4)=8$

**22.** 직선 $l_1 : y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 이 $l_2 : y = \frac{2}{b}x - \frac{1}{b}$ 과 수직이고 직선 $l_3 : y = -\frac{1}{b+1}x + \frac{1}{b+1}$ 과 평행하도록 하는 실수 $a, b$ 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 3　　② 5　　③ 8　　④ 10　　⑤ 17

해설

두 직선 $l_1$ 과 $l_2$ 가 수직이므로 $-\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} = -1$

$\therefore\ ab = 2$

두 직선 $l_1$ 과 $l_3$ 가 평행하므로

$-\frac{1}{a} = -\frac{1}{b+1}$　$\therefore\ a - b = 1$

$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 1 + 2 \cdot 2 = 5$

**23.** 직선 $y=-ax+2$가 직선 $y=bx+3$과 수직이고, 직선 $y=(b+3)x-1$과는 평행하다. 이 때, $a+b+ab$의 값은?

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

수직조건에서 $ab=1$이고,
평행조건에서 $a+b=-3$이다.
$\therefore\ a+b+ab=-2$

**24.** 직선 $ax + y - 1 = 0$ 이 직선 $2x + by - 5 = 0$ 에 평행하고, 직선 $x + (a-1)y - 3 = 0$ 에 수직일 때, $2a + b$ 의 값은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

**해설**

두 직선이 평행하면 기울기가 일치한다.

$\Rightarrow \ -a = -\frac{2}{b} \ \cdots$ ㉠

두 직선이 수직하면 기울기의 곱이 $-1$ 이다.

$\Rightarrow \ -a \times -\frac{1}{(a-1)} = -1 \ \cdots$ ㉡

$\therefore$ ㉠, ㉡를 연립하면, $a = \frac{1}{2} \ \ b = 4$

$\therefore \ 2a + b = 5$

**25.** $x,\ y$에 대한 연립방정식 $2x+(a+2)y-1=0,\ (a-3)x-2y+2=0$이 해를 갖지 않을 때, 상수 $a$의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$2x+(a+2)y-1=0,\ (a-3)x-2y+2=0$이 평행해야 한다.
따라서 평행할 조건을 구하면,

$$\frac{2}{a-3}=\frac{a+2}{-2}\neq-\frac{1}{2}$$

$\frac{2}{a-3}=\frac{a+2}{-2}$에서

$a^2-a-2=0,\ (a-2)(a+1)=0$

$\therefore\ a=2$ 또는 $a=-1$

1) $a=2$일 때,

$\frac{2}{-1}=\frac{4}{-2}\neq-\frac{1}{2}\quad\therefore$ 평행

2) $a=-1$일 때,

$\frac{2}{-4}=\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}\quad\therefore$ 일치

따라서, 1), 2)에 의하여 $a=2$

**26.** 두 직선 $y = 3x + 2$, $x - ay - 7 = 0$ 이 서로 수직이 되도록 상수 $a$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: $-3$

해설

두 직선이 서로 수직이면 기울기의 곱이 $-1$ 이다.

$\therefore\ 3 \times \frac{1}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$

**27.** 세 직선 $x+2y-3=0,\ 3x+y-4-a=0,\ \ 2x-3y-2a=0$ 이 한 점에서 만나도록 상수 $a$ 의 값은?

① $a=-\frac{3}{5}$　　② $a=-\frac{1}{3}$　　③ $a=-\frac{5}{3}$

④ $a=\frac{5}{3}$　　⑤ $a=5$

해설

두 직선의 교점이 다른 한 직선 위에 있으면 된다.

$x+2y-3=0 \quad \cdots$ ㉠

$3x+y-4-a=0 \cdots$ ㉡

$2x-3y-2a=0 \quad \cdots$ ㉢라하고,

㉡ $\times 3+$ ㉢ $\Leftrightarrow \therefore\ 11x-12-5a=0$

$\therefore\ x=\frac{5a+12}{11}$

㉡ $\times 2-$ ㉢ $\times 3 \Leftrightarrow \therefore\ 11y-8+4a=0$

$\therefore\ y=\frac{-4a+8}{11}$

$\therefore$ ㉡, ㉢의 교점의 좌표는 $\left(\frac{5a+12}{11},\ \frac{-4a+8}{11}\right)$

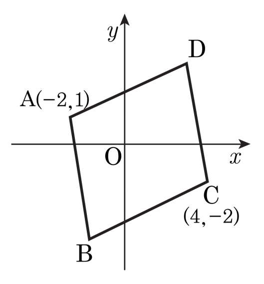
이 점이 ㉠위에 있어야 하므로

$\frac{5a+12}{11}+2\ \frac{-4a+8}{11}-3=0$

즉, $\frac{5a+12-8a+16}{11}-3=0$

$-3a+28=33,\ 3a=-5 \quad \therefore\ a=-\frac{5}{3}$

**28.** 좌표평면 위에 마름모 ABCD 가 있다. 두 점 A, C 의 좌표가 각각 $(-2,\ 1)$, $(4,\ -2)$ 일 때, 두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은?




① $y = x - 2$　　② $y = x - \frac{5}{2}$

③ $y = 2x - \frac{3}{2}$　　④ $y = 2x - 2$

⑤ $y = 2x - \frac{5}{2}$

해설

마름모의 두 대각선은 서로를 수직 이등분하므로 $\overline{\mathrm{BD}}$ 는 $\overline{\mathrm{AC}}$ 와 수직이고 두 점 A, C 의 중점을 지난다.

$\overline{\mathrm{AC}}$ 의 기울기는 $\frac{1-(-2)}{-2-4} = -\frac{1}{2}$,

중점은 $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은

$y = 2(x-1) - \frac{1}{2} = 2x - \frac{5}{2}$

**29.** 두 점 A$(-3,\ 4)$, B$(1,\ 2)$ 를 잇는 선분 AB 의 수직 이등분선의 방정식은?

① $2x-y+5=0$　② $2x+y-2=0$　③ $2x+y-1=0$
④ $x-2y+3=0$　⑤ $x-2y+7=0$

해설

선분 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 기울기 $=\dfrac{4-2}{-3-1}=-\dfrac{1}{2}$

선분 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점 : $\left(\dfrac{-3+1}{2},\ \dfrac{4+2}{2}\right)=\ (-1,\ 3)$

선분 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 수직인 기울기 $m$ 은

$m\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1$　$\therefore\ m=2$

$\therefore\ y=2\cdot(x+1)+3\ \rightarrow\ 2x-y+5=0$

**30.** 두 직선 $x+y=1$과 $3x+2y=1$의 교점을 지나고 직선 $-x+2y=4$에 수직인 직선의 방정식은?

① $2x+y-1=0$ ② $2x+y=0$ ③ $2x+y+1=0$
④ $2x-y+4=0$ ⑤ $2x-y-4=0$

해설

주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$3x+2y-1+k(x+y-1)=0$
$(3+k)x+(2+k)y-1-k=0$이
$-x+2y=4$가 수직이려면
$-(3+k)+2(2+k)=0$
$\therefore\ k=-1$
$\therefore\ 2x+y=0$

**31.** 두 직선 $2x-y+3=0$, $x-2y+2=0$의 교점과 점 $(-3, 0)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $x+5y+3=0$　② $-x+5y-3=0$
③ $2x+5y+6=0$　④ $-x+3y-3=0$
⑤ $x+3y+3=0$

해설

$\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ 2-2y+2=0 \end{cases}$ 의 연립방정식을 풀면

$x=-\frac{4}{3}$ $y=-\frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ $\left(-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, $(-3, 0)$을 지나는 직선

$y=\left(\dfrac{0+\frac{1}{3}}{-3+\frac{4}{3}}\right)(x+3)$

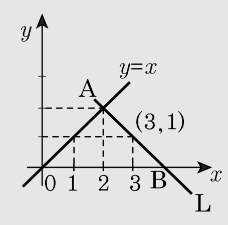
$\therefore$ $5y-x-3=0$

**32.** 두 직선 $y=x$, $y=0$과 정점 A(3, 1)을 지나는 직선으로 둘러싸인 삼각형 면적의 최솟값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

점 A 를 지나는 직선이 $y=x$ 와 수직일 때
$\triangle$OAB 의 면적은 최소이므로
(2, 2) 인 점에서 교차한다.
따라서 직선 L은 (2, 2)와 (3, 1)을 지나는 직선이다.




$\therefore$ L $= y - x + 4$

$\therefore\ S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

**33.** 직선 $mx-y+2m-1=0$이 두 점 A$(1,\ 2)$와 B$(4,\ 3)$을 이은 선분 AB와 만나도록 상수 $m$값을 정할 때, $m$의 최댓값과 최솟값을 구하면?

① 최댓값 : 2, 최솟값 : $\frac{2}{3}$　　② 최댓값 : $\frac{3}{2}$, 최솟값 : $\frac{1}{3}$

③ 최댓값 : $\frac{3}{2}$, 최솟값 : $\frac{2}{3}$　　④ 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{1}{3}$

⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{2}{3}$

해설

$mx-y+2m-1=0$에서

$(x+2)m-y-1=0$이므로

이 직선은 $m$의 값에 관계없이

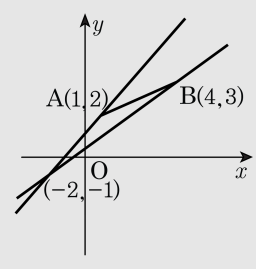
항상 점 $(-2,-1)$을 지난다.

따라서 그림과 같이 직선

$mx-y+2m-1=0$ 의 기울기는

점 A를 지날 때 최대이고 점 B를 지날

때 최소가 된다.




$m\times1-2+2m-1=0,\ m=1$

$m\times4-3+2m-1=0,\ m=\frac{2}{3}$

따라서 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{2}{3}$

**34.** 직선 $(k-2)x+(2k-3)y+4k-3=0$은 실수 $k$의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지날 때, 그 점의 좌표를 구하면?

① $(6, -5)$ ② $(5, -6)$ ③ $(4, -3)$
④ $(5, -4)$ ⑤ $(-3, 6)$

해설

$(k-2)x+(2k-3)y+4k-3=0$

$\Rightarrow \quad (x+2y+4)k-(2x+3y+3)=0$

$k$에 관계없이 일정한 점을 지나려면

$x+2y+4=0, \quad 2x+3y+3=0$

연립하면 $x=6, \ y=-5$

$\therefore$ 일정한 점은 $(6, -5)$

**35.** 세 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$, $\mathrm{B}(0, 4)$, $\mathrm{C}(-1,\ 2)$ 에 대하여 점C 에서 직선$AB$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

① 1　② $\sqrt{2}$　③ 2　④ $\sqrt{5}$　⑤ 3

해설

직선 AB 의 방정식은 $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$ 이다.

$\therefore\ 4x+3y-12=0$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CH}}=\frac{|4\times(-1)+3\times2-12|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|-4+6-12|}{\sqrt{9+16}}=\frac{10}{5}=2$

**36.** 세 점 $A(1, 2)$, $B(-2, 3)$, $C(3, -1)$ 에서 직선$l : 3x + 4y - 1 = 0$ 까지의 거리를 각각 $d_1$, $d_2$, $d_3$ 라 할 때, $d_1$, $d_2$, $d_3$ 의 크기를 바르게 비교한 것은?

① $d_1 < d_2 < d_3$ ② $d_1 < d_3 < d_2$ ③ $d_2 < d_3 < d_1$

④ $d_3 < d_2 < d_1$ ⑤ $d_3 < d_1 < d_2$

해설

$$d_1 = \frac{|3 \times 1 + 4 \times 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 + 8 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$d_2 = \frac{|3 \times (-2) + 4 \times 3 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-6 + 12 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$d_3 = \frac{|3 \times 3 + 4 \times (-1) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|9 - 4 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{4}{5}$$ 에서

따라서 $d_3 < d_2 < d_1$

**37.** $x+2y-3=0$ , $2x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같은 $x$ 축 위의 점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 0),\ \left(\frac{4}{3},\ 0\right)$　　② $(-2,0),\ (2,0)$

③ $(0,-2),\ \left(0,\frac{4}{3}\right)$　　④ $(0,-2),(0,2)$

⑤ $(-2,0),(0,0)$

해설

$x$ 축 위의 점을 $(\alpha,0)$ 이라 하자.
점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|\alpha-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2\alpha-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$\Rightarrow\ |\alpha-3|=|2\alpha-1|$

$\Rightarrow\ (\alpha-3)^2=(2\alpha-1)^2$

$\Rightarrow\ 3\alpha^2+2\alpha-8=0$

$\alpha=\frac{4}{3}$ 또는 $-2$

$\therefore\ \left(\frac{4}{3},0\right),\ (-2,0)$

**38.** 두 직선 $3x-4y+1=0, 3x-4y-4=0$ 사이의 거리를 구하면?

① 5　　② 4　　③ 3　　④ 2　　⑤ 1

해설

두 직선이 평행하므로,
두 직선 중 한 직선의 임의의 점을 택한 후
나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x-4y+1=0$ 의 $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ 점과

직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\therefore \quad \frac{\left|3\times 0+(-4)\times \frac{1}{4}-4\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$$

**39.** 다음 두 직선 $3x+4y=21$, $3x+4y=11$ 사이의 거리를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x+4y=21$ 의 점$(7,0)$

$\Rightarrow \dfrac{|7\times3+0\times4-11|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{10}{5}=2$

**40.** 두 직선 $3x+4y+4=0$, $3x+4y+2=0$ 사이의 거리는 얼마인가?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

**해설**

$3x+4y+4=0$ 의 임의의 한점 $(0,\ -1)$ 과
$3x+4y+2=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3\cdot 0+4\cdot(-1)+2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{2}{5}$$

**41.** 두 직선 $x+y-1=0,\ 2x-y+7=0$ 의 교점을 지나고 원점에서의 거리가 2 인 직선의 방정식의 기울기는?

① $\frac{5}{8}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $-\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

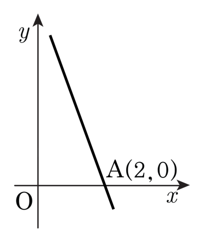
먼저 두 직선의 교점을 구하면 $(-2,3)$
이 점을 지나는 직선의 방정식은
$y=m(x+2)+3$
원점과의 거리를 구하면,

$$\frac{|2m+3|}{\sqrt{m^2+1}}=2$$

$$\Rightarrow \quad (2m+3)^2=4(m^2+1)$$

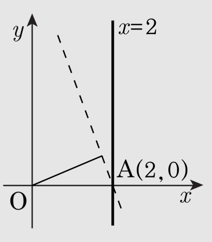
$$\Rightarrow \quad m=-\frac{5}{12} \quad \cdots \quad \text{기울기}$$

**42.** 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 $l$ 에 대하여 원점 $O$ 와 직선 $l$ 사이의 거리의 최댓값은?




① 2　　② 3　　③ $2\sqrt{2}$
④ $\sqrt{5}$　　⑤ 4

해설




다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고
$y$ 축에 평행한 직선 $l$ , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여
원점 $O$ 와$l$ 사이의 거리가 최대가 되며
이 때 그 거리는 2 이다

**43.** 세 직선 $x+2y-2=0$, $3x-y-6=0$, $2x-3y+3=0$에 의해서 만들어지는 삼각형의 넓이는?

① $\frac{5}{2}$　② $3$　③ $\frac{7}{2}$　④ $4$　⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{cases} x+2y-2=0 & \cdots \text{㉠} \\ 3x-y-6=0 & \cdots \text{㉡} \\ 2x-3y+3=0 & \cdots \text{㉢} \end{cases}$$

㉠과 ㉡, ㉠과 ㉢, ㉡과 ㉢의 교점을 각각 A, B, C라 하고 교점을 구한다.

( i ) ㉠ + ㉡ $\times 2$에서 $x=2, y=0$.

$\therefore \mathrm{A}=(2,0)$

( ii ) ㉠ $\times 2 -$ ㉢에서 $x=0, y=1$.

$\therefore \mathrm{B}=(0,1)$

(iii) ㉡ $\times 3 -$ ㉢에서 $x=3, y=3$.

$\therefore \mathrm{C}=(3,3)$

$\overline{\mathrm{BC}}$를 밑변으로 하면,

밑변의 길이는 $\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$

높이는 A와 ㉢ 사이의 거리이므로

삼각형의 높이는 $\dfrac{|4-0+3|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{13}}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}$의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\ \sqrt{13}\ \dfrac{7}{\sqrt{13}} = \dfrac{7}{2}$

**44.** 꼭짓점의 좌표가 A(0, 0), B(36, 15), C($a$, $b$)인 삼각형 ABC가 있다. $a$, $b$가 정수일 때, △ABC의 넓이의 최소는?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 최솟값은 없다

해설

직선 $\overline{AB}$의 방정식은 $5x - 12y = 0$

△ABC의 높이 $h$는

$h = \frac{|5a - 12b|}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$

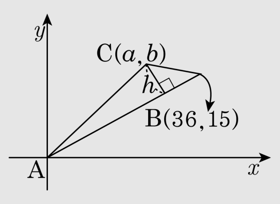
△ABC의 넓이 S는 $S = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot h$

$= \frac{1}{2} 3\sqrt{12^2 + 5^2} \cdot \frac{|5a - 12b|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{3}{2}|5a - 12b|$

$a, b$는 정수이므로, $|5a - 12b| = 1$일 때,

S의 최소는 $\frac{3}{2}$

실제로 $(a, b) = (5, 2)$ 또는 $(7, 3)$일 때이다.



**45.** 두 직선 $2x-y-1=0$ , $x+2y-1=0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y=x$　　② $y=\frac{1}{2}x$　　③ $y=\frac{1}{3}x$
④ $y=\frac{1}{4}x$　　⑤ $y=\frac{1}{5}x$

해설

$P(x,\ y)$ 라 하면,

( i ) $2x-y-1=0$ 까지의 거리 $d_1$ 은

$$d_1=\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{4+1}}$$

( ii ) $x+2y-1=0$ 까지의 거리 $d_2$ 는

$$d_2=\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1+4}}$$

$d_1=d_2$ 이므로 $|2x-y-1|=|x+2y-1|$

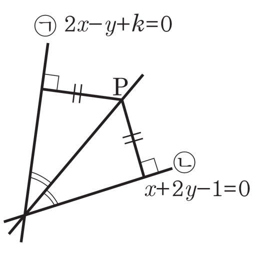
$\therefore\ 2x-y-1=\pm(x+2y-1)$

즉, $x-3y=0$ , $3x+y-2=0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x-3y=0$

$\therefore\ y=\frac{1}{3}x$

**46.** 두 직선 $2x-y+k=0$ , $x+2y-1=0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 P$(3,\ 1)$을 지날 때, 상수 $k$의 값의 합을 구하면?




① $-2$　② $4$　③ $-6$

④ $8$　⑤ $-10$

해설

$2x-y+k=0 \ \cdots$ ㉠

$x+2y-1=0 \ \cdots$ ㉡

(점 P와 ㉠사이의 거리 )= (점 P와 ㉡사이의 거리 ) 이므로

$$\frac{|6-1+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|3+2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |5+k|=4$$

$\Rightarrow 5+k=\pm 4 \Rightarrow k=-9$ 또는 $k=-1$

$\therefore k$ 의 합 : $-10$

**47.** 두 직선 $3x+2y-1=0$ 과 $2x-3y+1=0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 $x$ 와 $y$ 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

| |
|---|
| Ⅰ. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.<br>Ⅱ. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.<br>Ⅲ. 제3사분면에 있는 모든 점들의 $y$좌표는 5의 배수이다. |

① Ⅰ　② Ⅱ　③ Ⅲ　④ Ⅰ, Ⅲ　⑤ Ⅱ, Ⅲ

**해설**

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을
$\mathrm{P}(a,\ b)$ 라고 하면

$$\frac{|3a+2b-1|}{\sqrt{13}}=\frac{|2a-3b+1|}{\sqrt{13}}$$

$3a+2b-1=2a-3b+1$ 또는
$3a+2b-1=-2a+3b-1$ 이므로
$a+5b-2=0,\ 5a-b=0$ 에서
$x+5y-2=0$ , $5x-y=0$
즉, $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$ 와
$y=5x$ 위에 있는 모든 점들은
주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.
Ⅰ. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.
Ⅱ. $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$
위의 점, 예를 들면 $(-3,\ 1)$ 이 있다.
Ⅲ. $y=5x$ 로 $x$ 가 정수일 때,
$y$ 좌표는 5 의 배수이다.

**48.** 정점 A(1, 2)와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$　② $x-2y+5=0$　③ $3x-4y=0$
④ $x+2y+5=0$　⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면
$3a-4b-5=0 \cdots$ ㉠
$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면
$X=\dfrac{1+a}{2}$, $Y=\dfrac{2+b}{2}$
$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$
이것을 ㉠에 대입하면
$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$
$\therefore 6X-8Y=0$
$\therefore 3x-4y=0$

**49.** 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 직선 $y=-x+2$ 위를 움직일 때 점 $\mathrm{Q}(a-b,\ a+b)$의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

① $x=1$　② $y=2$　③ $x+y=2$

④ $x-y=-4$　⑤ $x+y=0$

해설

$\mathrm{P}(a,\ b)$가 $y=-x+2$ 위의 점이므로

$b=-a+2\ \cdots$ ㉠

$\mathrm{Q}(a-b,\ a+b)=(x,\ y)$라 하면,

$a-b=x$ , $a+b=y$

$\therefore a=\frac{x+y}{2}$ , $b=\frac{y-x}{2}$

㉠ 에 대입하면 $\frac{y-x}{2}=-\frac{x+y}{2}+2$

$\therefore y-x=-(x+y)+4$

$\therefore y=2$

**50.** 점 $(a,\ b)$가 직선 $2x-y-2=0$ 위를 움직일 때, 점 $(a,\ a+b)$의 자취의 방정식은?

① $y=3x-2$ ② $y=4x-3$ ③ $y=5x-4$
④ $y=6x-5$ ⑤ $y=7x-6$

해설

$x=a\cdots㉠$
$y=a+b\cdots㉡$ 에서
$a, b$ 를 소거한다.
점 $(a, b)$가 직선 $2x-y-2=0$ 위를
움직이므로 $2a-b-2=0$
$\therefore b=2a-2$ 이것을 ㉡에 대입하면
$y=3a-2$
$\therefore y=3x-2$ ($\because$ ㉠)