

1. 두 점 $A(-4)$, $B(6)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-4)| = 10$$

2. 수직선 위의 두 점 A(5), B(-2) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\overline{AB} = \overline{BA} = |5 - (-2)| = |7| = 7$$

3. $A(1, 2)$, $B(3, -2)$ 을 $3:2$ 로 외분하는 점 $C(a, b)$ 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

외분점 구하는 공식을 이용한다.

C의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{3 - 2}, \frac{3 \times (-2) - 2 \times 2}{3 - 2} \right) = (7, -10)$$

$$\therefore a + b = -3$$

4. 두 점 $A(-1, -2), B(2, 4)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 1 : 2 로 내분하는 점을 P, 1 : 2 로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

내분점, 외분점 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{1 \times 2 + 2 \times (-1)}{3}, \frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{3} \right) = (0, 0)$$

$$Q = \left(\frac{1 \times 2 - 2 \times (-1)}{1 - 2}, \frac{1 \times 4 - 2 \times (-2)}{1 - 2} \right) = (-4, -8)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

5. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 1)$, $B(6, 4)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $2\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

내분점 $P(5, 3)$, 외분점 $Q(9, 7)$ 이므로
 $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$

6. 두 점 $A(-4, 6)$, $B(1, 1)$ 을 이은 선분 AB 를 $3 : 2$ 로 내분하는 점 P 와 $1 : 2$ 로 외분하는 점 Q 의 중점의 좌표를 구하면?

① $(1, -2)$

② $(-3, 2)$

③ $(-5, 7)$

④ $(3, 2)$

⑤ $(0, 4)$

해설

내분점, 외분점 구하는 공식을 이용하면,

$$P = \left(\frac{3 \times 1 + 2 \times (-4)}{3 + 2}, \frac{3 \times 1 + 2 \times 6}{3 + 2} \right) = (-1, 3)$$

$$Q = \left(\frac{1 \times 1 - 2 \times (-4)}{1 - 2}, \frac{1 \times 1 - 2 \times 6}{1 - 2} \right) = (-9, 11)$$

$\therefore P$ 와 Q 의 중점은

$$\left(\frac{-9 + (-1)}{2}, \frac{11 + 3}{2} \right) = (-5, 7)$$

7. 두 점 $A(-1, 2)$, $B(a, b)$ 를 이은 선분 AB 를 $2 : 3$ 으로 외분하는 점의 좌표가 $(-13, 12)$ 일 때, a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A(-1, 2)$, $B(a, b)$ 에서

선분 AB 를 $2 : 3$ 으로 외분하는 점은

$$\left(\frac{2a - 3 \cdot (-1)}{2 - 3}, \frac{2b - 3 \cdot 2}{2 - 3} \right)$$

$$= (-2a - 3, -2b + 6) = (-13, 12) \text{ 이므로}$$

$$-2a - 3 = -13, -2b + 6 = 12$$

$$\therefore a = 5, b = -3$$

8. 두 점 $A(a, b)$, $B(-3, 4)$ 를 $3 : 1$ 로 외분하는 점을 $P(2, -1)$ 이라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$P\left(\frac{3 \cdot (-3) - 1 \cdot a}{3 - 1}, \frac{3 \cdot 4 - 1 \cdot b}{3 - 1}\right) = P(2, -1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{3 \cdot (-3) - 1 \cdot a}{3 - 1} = 2, -9 - a = 4, a = -13$$

$$\frac{3 \cdot 4 - 1 \cdot b}{3 - 1} = -1, 12 - b = -2, b = 14$$

$$\therefore a + b = 1$$

9. $A(2, 6), B(-2, 2), C(6, 4)$ 인 $\triangle ABC$ 의 변 AB, BC, CA 의 중점을 각각 P, Q, R 이라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $(2, 4)$

해설

P, Q, R 의 좌표는

$P(0, 4), Q(2, 3), R(4, 5)$ 이므로

$\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{0 + 2 + 4}{3} = 2, y = \frac{4 + 3 + 5}{3} = 4$$

$\therefore G(2, 4)$

10. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점의 좌표가 각각 P(2, 0), Q(3, 5), R(-1, 1) 이라고 할 때, 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(\frac{4}{3}, 2\right)$

해설

A(x_1 , y_1), B(x_2 , y_2), C(x_3 , y_3) 라고 하면,

$$P(2, 0) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 4 \cdots \cdots \textcircled{1} \quad y_1 + y_2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$Q(3, 5) = \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right)$$

$$\therefore x_2 + x_3 = 6 \cdots \cdots \textcircled{3} \quad y_2 + y_3 = 10 \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$R(-1, 1) = \left(\frac{x_3 + x_1}{2}, \frac{y_3 + y_1}{2}\right)$$

$$\therefore x_3 + x_1 = -2 \cdots \cdots \textcircled{5} \quad y_3 + y_1 = 2 \cdots \cdots \textcircled{6}$$

$$\frac{1}{2}(\textcircled{1} + \textcircled{3} + \textcircled{5}) \text{ 하면 } x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$\frac{1}{2}(\textcircled{2} + \textcircled{4} + \textcircled{6}) \text{ 하면 } y_1 + y_2 + y_3 = 6$$

따라서, 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}, 2\right) \text{ 이다.}$$

11. 세 점 A (1,5), B (-4,-7), C (5,2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0,0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

12. 세 점 $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1,2)$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 이 최소가 되도록 점 P 의 좌표를 정하면?

- ① $P\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ② $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$ ③ $P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$
④ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $P\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

해설

$P(x, y)$ 라 두면

$$x^2 + y^2 + (x-1)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$= 3x^2 - 4x + 3y^2 - 4y + 6$$

$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3}$$

$\therefore P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 일 때 최소

※ 점 P 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이 된다.

$$\left(\frac{0+1+1}{3}, \frac{0+0+2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

13. 세 점 A(1, 6), B(-2, 2), C(4, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC와 임의의 점 P(a, b)에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \\ &= \{(a-1)^2 + (b-6)^2\} + \{(a+2)^2 + (b-2)^2\} \\ & \quad + \{(a-4)^2 + (b-1)^2\} \\ &= 3a^2 - 6a + 3b^2 - 18b + 62 \\ &= 3(a^2 - 2a + 1) + 3(b^2 - 6b + 9) + 32 \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-3)^2 + 32 \end{aligned}$$

이때, a, b 는 실수이므로
 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은
 $a = 1, b = 3$ 일 때 최소이다.
 $\therefore a + b = 4$