1. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x　　② $x-1$　　③ $x+1$

④ $x^3 - x$　　⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 &= x\left(x^3 - x\right) \\ &= x^2\left(x^2 - 1\right) \\ &= x^2(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$x^3 - x^2 - x + 1 = x^2(x-1) - (x-1)$$
$$= (x-1)(x^2-1)$$
$$= (x-1)^2(x+1)$$
$$\therefore\ f(x) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.

$f(1) = 0$,

즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$
\begin{aligned}
(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 \\
&= (x^2+3x)+(2x+6) \\
&= x^2+(3x+2x)+6 \\
&= x^2+5x+6
\end{aligned}
$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$
\begin{aligned}
(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 && (\text{분배}) \\
&= (x^2+3x)+(2x+6) && (\text{분배}) \\
&= x^2+(3x+2x)+6 && (\text{결합}) \\
&= x^2+5x+6
\end{aligned}
$$

4. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$$

$$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$$

$\therefore$ 6차 다항식

5. $z = 1 + i$ 일 때, $\dfrac{\bar{z} - 1}{z} - \dfrac{z - 1}{\bar{z}}$ 의 값을 구하면?

① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ $3i$

해설

$\bar{z} = 1 - i$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{z} - 1}{z} - \frac{z - 1}{\bar{z}} &= \frac{-i}{1+i} - \frac{i}{1-i} \\ &= -\frac{2i}{(1+i)(1-i)} \\ &= -i\end{aligned}$$

6. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, $z+3i = \overline{z-zi}$ 를 만족하는 복소수 z 를 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$z = a + bi$ 라 할 때,

(좌변): $z + 3i = a + (b+3)i$

(우변): $z - zi = (a+bi) - (a+bi)i$

$= (a+b) + (b-a)i$

$\therefore\ \overline{z-zi} = (a+b) - (b-a)i$

(좌변) $=$ (우변) 이므로,

$a + (b+3)i = (a+b) + (a-b)i$

$$\begin{cases} a+b = a \\ a-b = b+3 \end{cases} \Rightarrow a = 3,\ b = 0$$

$\therefore\ z = 3 + 0 \cdot i = 3$

7. 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지가 $4x+3$일 때 $f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+4x+3$
$x=2$를 대입하면 $f(2)=11$
$f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 R이라 하면
$f(2x)=(x-1)Q'(x)+R$
$x=1$을 대입하면 $f(2)=R$
$\therefore\ R=11$

8. 다항식 $f(x)$를 $(3x+2)(x-4)$로 나눈 나머지가 $-2x+1$일 때, $f(x^2+3)$을 $x-1$로 나눈 나머지는?

① 7 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -7

해설

$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x + 1 \cdots$ ①
$f(x^3+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots$ ②
① 의 양변에 $x = 4$를 대입하면 $f(4) = -7$
② 의 양변에 $x = 1$을 대입하면 $f(4) = R$
$\therefore\ R = -7$

9. 복소수 z 에 대하여 다음의 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$ 이며, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수임)

㉠ $z\bar{z}$ 는 항상 실수이다.

㉡ $z+\bar{z}=0$ 이면, z 는 순허수이다.

㉢ $z+\bar{z}$ 는 항상 실수이다.

㉣ $z-\bar{z}$ 는 항상 순허수이다.

㉤ $\frac{1}{z}$ 과 $\frac{1}{\bar{z}}$ 의 실수부는 항상 동일하다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$

㉠ $z\bar{z}=a^2+b^2 \Rightarrow$ 실수

㉡ $z+\bar{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a=0, a=0$

$\therefore\ z=bi \Rightarrow$순허수 ($\because\ z\neq 0$ 이므로 $b\neq 0$)

㉢ $z+\bar{z}=2a \Rightarrow$ 실수

㉣ $z-\bar{z}=(a+bi)-(a-bi)=2bi$

순허수로 판단하기 쉬우나, $b=0$ 인 경우

$z-\bar{z}=0$ 으로 순허수가 아니다.

㉤ $\frac{1}{z}=c+di$ 라면 $\frac{1}{\bar{z}}=\overline{\frac{1}{z}}=c-di$ 이므로 참

10. 복소수 z 에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 모두 고르면?(단, $\overline{z}$ 는 z 의 켤레복소수이고 $z \neq 0$ 이다

㉠ $z+\overline{z}$	㉡ $z\overline{z}$	㉢ $(z-\overline{z})^2$
㉣ $\dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{\overline{z}}$	㉤ $\dfrac{\overline{z}}{z}$	

① ㉠
② ㉠ ,㉡
③ ㉠ ,㉡ ,㉢
④ ㉠ ,㉡ ,㉢ ,㉣
⑤ ㉠ ,㉡ ,㉢ ,㉣ ,㉤

해설

$z=a+bi$ 라 하자 $\Rightarrow$ $\overline{z}=a-bi$

㉠ $z+\overline{z}=2a$

㉡ $z\overline{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$

㉢ $(z-\overline{z})^2=(2bi)^2=-4b^2$

㉣ $\dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{\overline{z}}=\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}-\dfrac{a+bi}{a^2+b^2}=\dfrac{-2bi}{a^2+b^2}$

㉤ $\dfrac{\overline{z}}{z}=\dfrac{(a-bi)^2}{a^2+b^2}$