

1. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

2. 다음 식이 x 에 대한 항등식이 되도록 A, B 의 값을 정할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x 에 대한 항등식이므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.

따라서 $x = -1$ 을 양변에 대입하면,

$$4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$$

$$-10 = 2B \quad \therefore B = -5$$

또, $x = 1$ 을 양변에 대입하면,

$$4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$$

$$-2 = 2A \quad \therefore A = -1$$

$$\therefore A = -1, B = -5$$

$$\therefore A + B = -6$$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,

$$4x - 6 = (A - B)x + A + B$$

$$\therefore A + B = -6$$

3. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$$\therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$$\therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$$\therefore c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

4. 복소수 z 에 대하여 다음의 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$ 이며, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수임)

- ㉠ $z\bar{z}$ 는 항상 실수이다.
 ㉡ $z + \bar{z} = 0$ 이면, z 는 순허수이다.
 ㉢ $z + \bar{z}$ 는 항상 실수이다.
 ㉤ $z - \bar{z}$ 는 항상 순허수이다.
 ㉥ $\frac{1}{z}$ 과 $\frac{1}{\bar{z}}$ 의 실수부는 항상 동일하다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$$

$$\text{㉠ } z\bar{z} = a^2 + b^2 \Rightarrow \text{실수}$$

$$\text{㉡ } z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a = 0, a = 0$$

$\therefore z = bi \Rightarrow \text{순허수} (\because z \neq 0 \text{ 이므로 } b \neq 0)$

$$\text{㉢ } z + \bar{z} = 2a \Rightarrow \text{실수}$$

$$\text{㉤ } z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$$

순허수로 판단하기 쉬우나, $b = 0$ 인 경우
 $z - \bar{z} = 0$ 으로 순허수가 아니다.

$$\text{㉥ } \frac{1}{z} = c + di \text{ 라면 } \frac{1}{\bar{z}} = \overline{\frac{1}{z}} = c - di \text{ 이므로 참}$$

5. 복소수 z 의 켈레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, 다음 <보기> 의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$)

보기

㉠ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.

㉡ $z\bar{z} > 0$

㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.

㉣ $z^2 + \bar{z}^2 \geq 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, (a, b 는 실수)

㉠ $z + \bar{z} = 2a$ (실수)

㉡ $z\bar{z} = a^2 + b^2 > 0$

㉢ $z - \bar{z} = 2bi$, $b = 0$ 일 경우에는 0 이다.

즉, z 가 실수부로만 이루어져 있는 경우에는 실수이다.

ex) $z = 3$, $\bar{z} = 3$, $z - \bar{z} = 3 - 3 = 0$

㉣ $z^2 + \bar{z}^2 = 2(a^2 - b^2) \rightarrow$ 우변이 0보다 크거나 같다고 할 수는 없다.