

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

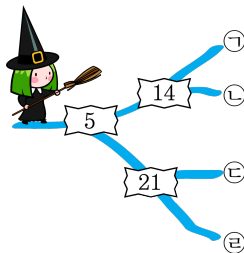
5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ㉠ ~ ㉣ 중 어디인지 말하여라.

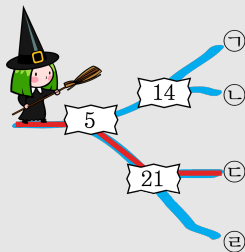


▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

5는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다. 그 다음 21은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ㉣이 된다.



3. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

① 칸토어

② 유클리드

③ 오일러

④ 골드바흐

⑤ 가우스

해설

유클리드는 ‘소수가 무한이다.’ 라는 것을 증명하였습니다.

4. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

① 3

② 5

③ 13

④ 24

⑤ 36

해설

① 72와 3의 최대공약수는 3이므로 서로소가 아니다.

④ 72와 24의 최대공약수는 24이므로 서로소가 아니다.

⑤ 72와 36의 최대공약수는 36이므로 서로소가 아니다.

따라서 주어진 수 중에서 72와 서로소인 것은 5와 13이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 가장 작은 소수는 2 이다.

② 100 과 243 는 서로소이다.

③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.

④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.

⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례 : 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

6. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a 를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$, ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$

8. 360 의 소인수의 개수를 x , 소인수들의 합을 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로

소인수는 2, 3, 5 이다.

$\therefore x = 3, y = 2 + 3 + 5 = 10$

9. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :

$$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

10. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 3 명

② 4 명

③ 6 명

④ 8 명

⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 + 2 = 28$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 4 (명)

11. 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 7$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$

최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

12. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은?

① 18

② 36

③ 54

④ 72

⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.

어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B 의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90... 이다.

100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.

13. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 20 \quad 6} \\ 2 \overline{) \quad 6 \quad 10 \quad 3} \\ 3 \overline{) \quad 3 \quad 5 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

14. 10으로 나누면 1이 남고, 4와 6으로 나누면 1이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

$$60 \times 2 + 11 = 131$$

15. $\frac{16}{n}$ 과 $\frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{16}{n}, \frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 16 과 20 의 공약수이다.

16 과 20 의 최대공약수는 4 이므로 $n = 1, 2, 4$ 이다.

16. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

17. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

① 129

② 672

③ 501

④ 342

⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

18. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$

이고, 두 번째 작은 자연수는

$5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

19. 300 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$300 \div a = b^2 \text{ 에서}$$

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$$

$$2^2 \times 5^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

20. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

② 2×5^3

③ $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

② $(1 + 1) \times (3 + 1) = 8$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

⑤ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

21. 다음 중 최대공약수를 구했을 때, 최대공약수가 가장 큰 것은 어느 것인가?

① 12, 18

② 24, 32

③ 14, 20

④ $2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3, 2^2 \times 3^2, 2 \times 3^2 \times 7$

해설

① 6

② 8

③ 2

④ 30

⑤ 6

이므로 가장 큰 것은 ④

22. k 의 약수는 모두 12와 20의 공약수가 될 때, k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

k 는 12와 20의 공약수이다. 두 자연수의 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수이고 12와 20의 최대공약수는 4이므로 k 의 최댓값은 4이다.

23. 굴 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명)이다.

24. 가로와 세로의 길이가 90cm, 세로의 길이가 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 큰 타일을 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가?

① 18cm, 35 개

② 12cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 12cm, 40 개

⑤ 15cm, 30 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 144 = x \times \triangle$$

x 는 90 과 144 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 144 = 2^4 \times 3^2$$

$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (cm)}$$

$$90 = 18 \times 5, 144 = 18 \times 8 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 8 = 40 \text{ (개)}$$

25. a 는 한 자리 자연수이고 $2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수가 108 일 때, 이 세 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 108$, $a = 9$ 이다.
최대공약수는 a 이므로 9 이다.

$\therefore 9$

26. 어느 역에서 버스는 12 분마다, 전철은 18 분마다 출발한다고 한다. 역에서 버스와 전철이 동시에 출발하였다면 다음에 동시에 출발하는 것은 몇 분 후인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

12 와 18 의 최소공배수는 36 이므로, 다음에 동시에 출발하는 것은 36 분 후이다.

27. 두 수 $2^a \times 3^2$, $2^2 \times 3^b \times 7$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최소공배수에서 2 의 지수가 3 이므로 $a = 3$

최소공배수와 최대공약수에서 3 의 지수가 2 로 같으므로 $b = 2$
따라서 $a - b = 3 - 2 = 1$ 이다.

28. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$$

최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

29. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는
 $20 + 14 - 2 = 32$

30. 두 분수 $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

구하는 수는 14와 8의 공배수이다.

14와 8의 공배수는 14와 8의 최소공배수인 56의 배수이므로
56, 112, 168, ... 이다.

이 중 두자리 자연수는 56이다.