

1. $f : X \rightarrow Y$, $x \rightarrow f(x)$ 라 한다. X 의 임의의 두 원소를 a, b 라 할 때, 다음 중에서 f 가 일대일 함수일 조건은?

① $a = b$ 이면 $f(a) = f(b)$

② $f(a) = f(b)$ 이면 $a = b$

③ $f(a) \neq f(b)$ 이면 $a \neq b$

④ $a \neq b$ 이면 $f(a) = f(b)$

⑤ $a = b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$

2. $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$) 로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$
④ $a = \frac{5}{2}$, $b = 0$ ⑤ $a = 2$, $b = 0$

3. 이차함수 $f(x) = x^2 - x$ 가 있다. 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합 X 는 $X = \{x | x \geq k\}$ 이다. 이 때, k 의 값은 얼마인가?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. $\sqrt[3]{9}$ 에 가장 가까운 정수를 x 라 할 때,
 $\sqrt{\frac{3-2\sqrt{x}}{3+2\sqrt{x}}} + \sqrt{\frac{3+2\sqrt{x}}{3-2\sqrt{x}}}$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

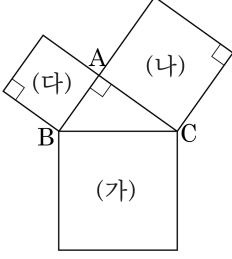
5. 다음 그림과 같이 직각 삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형 (가), (나), (다)가 있다. (나)의 넓이는 $2 + 3\sqrt{6}$ 이고, (다)의 넓이는 $3 - \sqrt{6}$ 일 때, 선분 $\overline{BC}$ 의 길이는?
- ① $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

② $\sqrt{6} + 1$

③ $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6} - 1$



6. 다음 값을 계산하면?

$$\sqrt{8 + \sqrt{60}} + \sqrt{11 - 4\sqrt{6}}$$

① $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$

② $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$

③ $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{6} - 2$

④ $\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{6} - 2$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 2$

7. $x = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$ 에 대하여 x 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $x + a - \frac{1}{b}$ 의 값을 구하시오.

 답: _____

8. 무리수 $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $n < a-b < n+1$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라. (단, n 은 정수)

 답: _____

9. 무리수 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 하면 $\frac{a}{2}-2b$ 의 값은?

① $2(1-\sqrt{2})$

② $-2(1-\sqrt{2})$

③ $2(1+\sqrt{2})$

④ $3-2\sqrt{2}$

⑤ $3+2\sqrt{2}$

10. 다음 분수함수의 그래프 중에서 평행이동하여 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 고르면?

① $y = \frac{x+4}{x+3}$ ② $y = \frac{x+4}{x-3}$ ③ $y = \frac{4x-4}{2x-1}$
④ $y = \frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y = \frac{x+3}{2-x}$

11. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

12. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = \frac{-x-1}{x-1}$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = \frac{x}{x-1}$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = \frac{-2x-1}{x+1}$

- ① $\textcircled{\text{㉡}}$

② $\textcircled{\text{㉢}}$

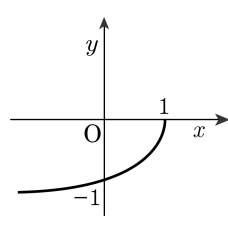
③ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$

④ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

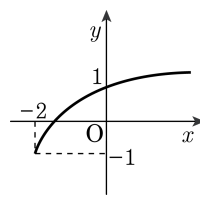
⑤ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

13. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

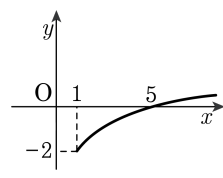


14. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

15. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?



- ① 1 ② -1 ③ 2
 ④ -2 ⑤ 3

16. $\sum_{k=1}^{10} \left\lceil \frac{100}{k} \right\rceil$ 의 값을 구하여라. (단, $\lceil x \rceil$ 는 x 를 넘지않는 최대의 정수)

 답: _____

17. $\sum_{k=1}^{10} \left\lfloor \frac{2^k}{10} \right\rfloor$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

 답: _____

18. 다음은 $\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$ 일 때, $1^3 = \left(\frac{1 \cdot 2}{2} \right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

(ii) $n = m$ 일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,

$$\sum_{k=1}^m k^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2$$

양변에 $(\ominus)^3$ 을 더하면

$$\sum_{k=1}^m k^3 + (\ominus)^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 + (\ominus)^3$$
$$\sum_{k=1}^{m+1} k^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 + (\ominus)^3$$
$$= \frac{(m+1)^2 (\omin�)^2}{4}$$
$$= \left\{ \frac{(m+1)(\omin�)}{2} \right\}^2$$

따라서 $n = m + 1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.

(i),(ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \text{ 이 성립한다.}$$

위의 증명 과정에서 $\ominus$ 에 들어갈 식을 $f(m)$, $\omin�$ 에 들어갈 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(5) + g(6)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

19. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여
 $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots (2n-1) \cdot 2^n$
 $= (2n)(2n-1) \cdots (n+2)(n+1) \cdots \textcircled{\text{가}}$
 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변)= (우변)=2
 (ii) $n = k$ 일 때 $\textcircled{\text{가}}$ 이 성립한다고 가정하면
 $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots (2k-1) \cdot 2^k$
 $= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdots \textcircled{\text{나}}$
 $\textcircled{\text{나}}$ 의 양변에 $\textcircled{\text{가}}$ 를 곱하면
 $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots (2k-1) \cdot \textcircled{\text{나}}$
 $= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdot \textcircled{\text{가}}$
 $= (2k+2)(2k+1)(2k) \cdots (k+2)$
 따라서 $n = k + 1$ 일 때도 $\textcircled{\text{가}}$ 이 성립한다.
 (i),(ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $\textcircled{\text{가}}$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가),(나)에 들어갈 식을 차례로 $f(k)$, $g(k)$ 라 할

때, $\frac{g(10)}{f(10)}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{1024}$
 ② $\frac{1}{512}$
 ③ 512
 ④ 1024
 ⑤ 2048

20. 양의 정수 n 에 대하여 $p(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$ 이라 할 때 다음은 $p(1) + p(2) + p(3) + \cdots + p(n-1) = n \{p(n) - 1\}$ ($n = 2, 3, 4, \cdots$) 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 2$ 일 때 (좌변) $= p(1) = 1$
(우변) $= 2 \{p(2) - 1\} = 2 \left(1 + \frac{1}{2} - 1\right) = 1$ 이므로 성립한다.

(ii) $n = k$ ($k \geq 2$) 일 때 성립한다고 가정하면 $p(1) + p(2) + \cdots + p(k-1) = k \{p(k) - 1\}$
 $p(1) + p(2) + \cdots + p(k) = (\ominus)p(k) - k$
 $= (\ominus) \{p(k+1) - \textcircled{\small L}\} - k$
 $= (k+1) \{p(k+1) - 1\}$ 이므로 $n = k+1$ 일 때 성립한다.
따라서 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명 과정에서 $\ominus$, $\textcircled{\small L}$ 에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- ① $k, \frac{1}{k}$

② $k, \frac{1}{k+1}$

③ $k+1, \frac{1}{k}$
- ④ $k+1, \frac{1}{k+1}$

⑤ $k+2, \frac{1}{k}$

21. 세 수 $A = \sqrt[3]{4}$, $B = \sqrt[4]{6}$, $C = \sqrt[5]{13}$ 의 대소를 비교하면?

① $A > B > C$

② $B > A > C$

③ $C > B > A$

④ $A > C > B$

⑤ $B > C > A$

22. 세 수 A, B, C 를
 $A = (10\sqrt{5}$ 의 6제곱근 중 양의 실수)
 $B = (\sqrt{24}$ 의 세제곱근 중 실수),
 $C = (64$ 의 8제곱근 중 양의 실수)
로 정의할 때, 세 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례로 쓰면?

- ① A, B ② A, C ③ B, A ④ B, C ⑤ C, B

23. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}, B = 3^{\frac{1}{3}}, C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는?

- ① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $B < C < A$
④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

24. $2\log(a-2b) = \log 2b + \log(62b-a)$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

25. 서로 다른 세 양수 a, b, c 에 대하여 $\log_a b = \sin x, \log_a c = \cos x$ 일 때,
 $b^{\sin x}, c^{\cos x}$ 의 값은?

① a

② b

③ c

④ ab

⑤ ac

26. $2x = \log_7 2$ 일 때, $\frac{7^{3x} + 7^{-3x}}{7^x + 7^{-x}}$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$

27. $\log a$ 의 정수 부분이 2일 때, $A = \log a \sqrt{a}$ 의 값의 범위는?

① $\frac{3}{2} \leq A < 3$

② $\frac{3}{2} < A \leq 3$

③ $2\sqrt{2} \leq A < 3\sqrt{3}$

④ $3 \leq A < \frac{9}{2}$

⑤ $3 < A \leq \frac{9}{2}$

28. $\log 4.02 = 0.6042$ 일 때, $\log 4020^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

 답: _____

29. $\log 3.14 = 0.4969$ 일 때, $\log 3140^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

 답: _____

30. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 알맞은 수를 나열한 것은?

$\log 5$, (가), (나), (다), $\log 80$, ...

- ① 1, $\log 20$, $\log 40$
- ② $\log 15$, $\log 20$, $\log 40$
- ③ $\log 20$, $\log 40$, $\log 50$
- ④ $\log 27$, $\log 45$, $\log 50$
- ⑤ $\log 27$, $\log 45$, $\log 52$

31. $\sum_{k=1}^{100} [\log_5 k]$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 150

② 161

③ 172

④ 183

⑤ 193

32. 네 수 $1, a, b, c$ 는 이 순서대로 공비가 r 인 등비수열을 이루고 $\log_8 c = \log_a b$ 를 만족시킨다. 공비 r 의 값은? (단, $r > 1$)

① 2

② $\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ 4

33. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 $a_{n+1} - a_n = \log \frac{b_n}{b_{n+1}}$ 을 만족할 때, a_{100} 의 값과 같은 것은? (단, $a_1 = 0$)

① $\log \frac{b_{101}}{b_1}$

② $\log \frac{b_{101}}{b_2}$

③ $\log \frac{b_1}{b_{100}}$

④ $\log \frac{b_1}{b_{101}}$

⑤ $\log \frac{b_2}{b_{101}}$

34. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 7)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $12x$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

 답: _____

35. 다음 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

$$\log \frac{3}{1}, \log \frac{5}{3}, \log \frac{7}{5}, \log \frac{9}{7} \cdots$$

- ① $\log(2n-1)$

② $\log 2n$

③ $\log(2n+1)$

④ $\log(2n+2)$

⑤ $\log(2n+3)$

36. 다음 등식을 이용하여 증명할 수 있는 부등식은?

$$\begin{aligned} &a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ &= \frac{1}{2}((a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2) \end{aligned}$$

- ① $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$
- ② $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \leq |a| + |b| + |c|$
- ③ $\sqrt{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq |a + b + c|$
- ④ $a^2 + b^2 + c^2 \leq (a + b + c)^2$
- ⑤ $a + b + c \geq 3^3\sqrt{abc}$

37. 다음은 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2$ 와 $xy + yz + zx$ 의 대소를 비교한 것이다. [가], [나] 에 알맞은 내용을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx) \\ &= \frac{1}{2} \{ 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx \} \\ &= \frac{1}{2} (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \} \text{ ([가])} 0 \text{ 이므로} \\ & x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \text{ (단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)} \end{aligned}$$

- ① $<, x = y = z$

② $\leq, x = y = z$

③ $\geq, x = y = z$

④ $<, xy = yz = zx$

⑤ $\leq, xy = yz = zx$

38. 다음 부등식 중 성립하지 않은 것은?

① $|a| - |b| \geq |a - b|$

② $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

④ $a^2 + ab + b^2 \geq 0$

⑤ $a^2 + b^2 + 1 > 2(a + b - 1)$

39. $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ 에 대하여 $f_{n+1}(x) = f_1 \circ f_n(x) (n = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할때 $f_{2008}(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2007}$ ② $\frac{1}{2008}$ ③ $\frac{1}{2009}$ ④ $\frac{1}{4017}$ ⑤ $\frac{1}{4018}$

40. $x \neq -1$ 인 실수에서 정의된 분수함수 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ 에 대하여 $f^2 = f \circ f, \dots, f^{n+1} = f^n \circ f$ 이 성립할 때, $f^{2005}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

41. 실수 x 를 입력하면 실수 $\frac{x-1}{2x-1}$ 이 출력되어 나오는 기계가 있다. 이 기계에 $\frac{2}{3}$ 를 입력하여 출력되어 나온 결과를 다시 입력하고 또 출력된 결과를 다시 입력하는 과정을 1999 번 반복하였을 때, 마지막으로 출력되어 나오는 결과를 말하여라.

 답: _____

42. $\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35}$ 에서 $\frac{x^2+y^2}{z^2}$ 의 값은? (단, x, y, z 는 모두 양수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

43. $x+y=\frac{y+z}{8}=\frac{z+x}{5}$ 일 때, $\frac{5x^2-4y^2+z^2}{xy+3yz-2zx}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{25}{46}$

③ 2

④ $\frac{12}{23}$

⑤ $\frac{13}{23}$

44. $3x = 4y = 2z$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2 + z^2}{x^2 + y^2 - z^2}$ 의 값은? (단, $xyz \neq 0$)

- ① $-\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{11}$ ③ $-\frac{43}{11}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ 2

45. $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{2x+1+2\sqrt{x(x+1)}}} + \frac{1}{\sqrt{2x+1-2\sqrt{x(x+1)}}}$

의 값을 구하면?

- ① $3 + \sqrt{15}$ ② $4 - \sqrt{15}$ ③ $\sqrt{3} + 1$
 ④ $5 - \sqrt{3}$ ⑤ $6 + \sqrt{15}$

46. $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 일 때,

$\sqrt{1 - 2x\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1 + 2x\sqrt{1-x^2}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$

47. $x = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{x+1}-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}+2\sqrt{x}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{-\sqrt{3}+1}{2}$

② $-(\sqrt{3}+1)$

③ $\sqrt{3}+1$

④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

48. 무리수 $\sqrt{k}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a^3 + b^3 = 9ab$ 을 만족하는 양의 정수 k 를 구하면?

① 6

② 4

③ 2

④ 1

⑤ 11

49. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분이 a , 소수 부분이 b 라 할 때, $\frac{1}{b}-a$ 의 값을 구하면?

① $1+\sqrt{3}$

② $2+\sqrt{3}$

③ $2-\sqrt{3}$

④ $3+\sqrt{3}$

⑤ $3-\sqrt{3}$

50. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분 x 에 대하여 $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때, $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

51. m 이 유리수일 때, $\frac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2m-3}}$ 가 유리수가 되도록 하는 m 의 값의 합을 구하면?

 답: _____

52. $2 + \sqrt{3} = \sqrt{a + b\sqrt{3}}$ (a, b 는 유리수) 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

53. x, y 가 유리수이고, 등식 $x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 3 - 3\sqrt{3} = 0$ 이 성립할 때, 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

54. 일차 이상의 다항식 $f(x) = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n$ 을 $3x - 1$ 로 나눈 나머지를 a_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 $\frac{p}{4} - \frac{1}{q} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ (p, q 는 자연수)로 나타낼 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

55. 자연수 k 에 대하여 수열 $2^3 + 1, 2^4 + 3, 2^5 + 5, \dots, 2^k + 19$ 의 합을 S 라 할 때, $S + k$ 의 값은?

① $2^{12} + 92$

② $2^{12} + 108$

③ $2^{13} + 92$

④ $2^{13} + 104$

⑤ $2^{13} + 128$

56. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

57. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = -1$, $2\sum_{k=1}^n a_k = 3a_{n+1} - 2a_n - 1$ 이 성립할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a_2 = -1$

㉡ $3a_{n+2} = 7a_{n+1} + 2a_n$

㉢ 수열 $\{3a_{n+1} - a_n\}$ 은 공비가 2인 등비수열이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

58. $a_2 = 3a_1$, $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_8 = 243$ 일 때, a_{15} 의 값은?

① 3^8

② 3^9

③ 3^{10}

④ 3^{11}

⑤ 3^{12}

59. $a_1 = 4$, $a_2 = 6$, $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$ ($n \geq 1$)으로 정의되는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_n$ 의 값은?

① $2^{10} + 6$

② $2^{10} + 0$

③ $2^{10} + 18$

④ $2^{11} + 9$

⑤ $2^{11} + 18$

60. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n 에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$ 이라 할 때 $p + q$ 의 값을 구하여라.

$$a_1 = 1, \ a_2 = 2,$$
$$2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0(\text{단, } n = 1, 2, 3, \cdots)$$

 답: _____

61. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ 이고, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족할 때, 일반항 a_n 을 구하면?

- ① 2^{n-1} ② 3^{n-1} ③ 4^{n-1} ④ 5^{n-1} ⑤ 6^{n-1}

- 62.** 수직선 위의 점 $P_{n+2}(a_{n+2})$ 는 점 $P_n(a_n)$ 과 점 $P_{n+1}(a_{n+1})$ 을 연결하는 선분 P_nP_{n+1} 을 $2:3$ 으로 내분하는 점이다. $P_1(0)$, $P_2(5)$ 일 때, 점 P_n 의 좌표 a_n 은?

$$\textcircled{1} \quad \frac{25}{8} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{5} \right)^{n-1} \right\}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{25}{6} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{5} \right)^{n-1} \right\}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{25}{8} \left\{ 1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right\}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{25}{7} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{5} \right)^{n-1} \right\}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{25}{7} \left\{ 1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right\}$$

63. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{4n+2} + 3^{n+2}$ 은 13의 배수임을 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$ 일 때, $2^{4+2} + 3^{1+2} = 91 = 13 \cdot 7$ 로 13의 배수이다

(ii) $n = k$ (k 는 자연수)일 때 성립한다고 가정하면
 $2^{4k+2} + 3^{k+2} = 13m$ (m 은 자연수)
 $2^{4(k+1)+2} + 3^{(k+1)+2} = \textcircled{\tiny{\ominus}} \cdot 2^{4k+2} + \textcircled{\tiny{\text{L}}} \cdot 3^{k+2}$
 $= \textcircled{\tiny{\ominus}} \cdot 13m + \textcircled{\tiny{\text{E}}} \cdot 3^{k+2}$

따라서, $n = k + 1$ 일 때에도 $2^{4n+2} + 3^{n+2}$ 은 13의 배수이다.
(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{4n+2} + 3^{n+2}$ 의 13의 배수이다.

위

의 증명에서 $\textcircled{\tiny{\ominus}}, \textcircled{\tiny{\text{L}}}, \textcircled{\tiny{\text{E}}}$ 에 알맞은 수들의 합은?

- ① 1
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 8

64. 다음은 n 이 자연수일 때, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

보기

(i) $n = 1$ 일 때,
(좌변) $= 1^2 = 1$, (우변) $= \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1$
이므로 주어진 등식은 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면
 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)$
위의 식의 양변에 $(k+1)^2$ 을 더하면
 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 + (k+1)^2$
 $= \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) + (k+1)^2$
 $= \frac{1}{6}(k+1)(\boxed{(\text{가})})$
 $= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(\boxed{(\text{나})})$
따라서, $n = k+1$ 일 때에도 주어진 등식은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

- ① $2k^2 + 7k + 4, 2k + 2$

② $2k^2 + 7k + 5, 2k + 2$

③ $2k^2 + 7k + 5, 2k + 3$

④ $2k^2 + 7k + 6, 2k + 2$

⑤ $2k^2 + 7k + 6, 2k + 3$

65. 다음은 자연수 n 에 대한 명제 $P(n)$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 일부이다. 다음 중 명제 $P(n)$ 으로 알맞은 것은?

증명

(ii) $n = k$ 일 때, 주어진 명제가 성립한다고 가정하면
이라 놓을 수 있다.
 $7^{k+1} - 4^{k+1} = 7 \cdot 7^k - 4 \cdot 4^k$
 $= 7(7^k - 4^k) + 3 \cdot 4^k$
 $= 7 \cdot m + 3 \cdot 4^k$
 $= 3(7m' + 4^k)$
.....

- ① $7^n - 4^n$ 은 3으로 나누어떨어진다.
- ② $7^n - 4^n$ 은 7으로 나누어떨어진다.
- ③ $7^n - 4^n$ 은 n 으로 나누어떨어진다.
- ④ $7^{n+1} - 4^{n+1}$ 은 7로 나누어떨어진다.
- ⑤ $7^{n+1} - 4^{n+1}$ 은 n 으로 나누어떨어진다.

66. $x = 2^{\frac{1}{3}} - 2^{-\frac{1}{3}}$ 일 때, $2x^3 + 6x + 1$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

67. 자연수 n 에 대하여 $x = \frac{5^{\frac{1}{n}} - 5^{-\frac{1}{n}}}{2}$ 일 때, $(x + \sqrt{1+x^2})^{2n}$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

68. $f(x) = 2^x$ 일 때, 다음 중 16^{16} 과 같은 것은?

① $f(f(1))$

② $f(f(2))$

③ $f(f(6))$

④ $f(f(10))$

⑤ $f(f(16))$

69. 집합 M 을 $M = \{3a + 5b | a, b \text{는 음이 아닌 정수}\}$ 로 정의할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ $89 \in M, 97 \in M$

㉡ $K \in M \Rightarrow K + 3 \in M$

㉢ 두 자리의 모든 자연수는 M 의 원소이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

70. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

71. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 다음의 두 조건을 만족한다.

- $(\neg) 1 \in A$
 $(\neg) a \in A$ 이면 $\sqrt{2}a \in A$

이 때, 다음 [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- $\textcircled{\neg}$ 집합 A 는 유한집합이다.
 $\textcircled{\text{L}}$ 임의의 자연수 n 에 대하여 $2^n \in A$ 이다.
 $\textcircled{\text{E}}$ 집합 A 의 원소 중 가장 작은 수는 1 이다.

- $\textcircled{1} \textcircled{\neg}$
 $\textcircled{2} \textcircled{\text{L}}$
 $\textcircled{3} \textcircled{\text{E}}$
 $\textcircled{4} \textcircled{\neg}, \textcircled{\text{L}}$
 $\textcircled{5} \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$

72. 집합 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 C 의 개수는?

$\supseteq A = B \cup C$	$\subseteq n(A) = 7$	$\subseteq n(B) = 4$
--------------------------	----------------------	----------------------

- ① 32개 ② 16개 ③ 8개 ④ 4개 ⑤ 2개

73. 집합 $S = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합 $A = \{xy | x \in S, y \in S\}$ 이다. 집합 A 의 부분집합 중 임의의 원소의 약수의 개수가 3 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

 답: _____ 개

74. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $X \subset A$, $A \cap X^c = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

75. 두 집합 $A = \{3, 2a - 5, 2a + 1\}$, $B = \{a - 2, a, a + 2\}$ 에 대하여 $A \cap B^c = \{7\}$ 일 때, a 를 구하여라.

 답: _____

76. $A = \{1, x, 3\}, B = \{x - 1, 5, 6\}$ 이고 $A - B = \{2, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은?

- ① $\{1, 5\}$ ② $\{1, 6\}$ ③ $\{2, 5\}$ ④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

77. 두 집합 $A = \{1, a, a + 2\}$, $B = \{3, a - 2, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

78. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각 $A = \{x|x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$,
 $B = \{x|x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

79. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}, B - A = \{e\}, A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은?

① $\{b\}$

② $\{e\}$

③ $\{b, e\}$

④ $\{c, d\}$

⑤ $\{c, d, e\}$

80. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3\}, B - A = \{5\}, A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{1, 5\}$

81. a, b 는 양의 상수이다. $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$, $x > 0$, $y > 0$ 일 때, $x + y$ 의
최솟값은?

① $2\sqrt{ab}$

② $4\sqrt{ab}$

③ $a + b + 2\sqrt{ab}$

④ $a + b + 4\sqrt{ab}$

⑤ $ab + 3\sqrt{ab}$

82. $x > -1$ 일 때 $x + \frac{1}{x+1}$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 k 라 할 때 $m+k$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

83. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(a+b)\left(\frac{4}{a} + \frac{9}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 13

② 24

③ 25

④ 28

⑤ 36

84. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 A 로의 함수 f 중에서 $2x - f(x) \in A(x = 1, 2, 3)$ 이 성립하는 것의 개수는?

- ① 3 개 ② 5 개 ③ 9 개 ④ 18 개 ⑤ 24 개

85. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

- ① 14 개 ② 18 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 27 개

86. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중 $f(1) = b$ 인 것의 개수를 구하여라.

 답: _____ 개

87. $T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$ 이라 하고, $P_n = \frac{T_2}{T_2 - 1} \times \frac{T_3}{T_3 - 1} \times \cdots \times \frac{T_n}{T_n - 1}$ ($n \geq 2$)라고 할 때, P_{1991} 에 가장 근사한 값은?

- ① 2.0 ② 2.3 ③ 2.6 ④ 2.9 ⑤ 3.2

88. 다항함수 $f(x) = \frac{x-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{x-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{x-c}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $f(2013)$ 의 값은?

- ① $a+b+c$ ② $a^2+b^2+c^2$ ③ $a^3+b^3+c^3$
④ $ab+bc+ca$ ⑤ 0

89. $\frac{2^1 + 2^0 + 2^{-1}}{2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4}}$ 를 풀면?

① 6

② 8

③ $\frac{31}{2}$

④ 24

⑤ 512

90. $\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{\sqrt[3]{65}}{4}$

③ $\frac{1+\sqrt[6]{13}}{2}$

④ $\sqrt[3]{2}$

⑤ 1

91. 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b = \sqrt{7\sqrt{5} - \sqrt{3}}$, $a - b = \sqrt{7\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ 가 성립할 때, $a^2 + ab + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① $4\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{5} + \sqrt{3}$
④ $5\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

92. $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, $y = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$ 일 때, $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ 의 값을 구하면?

① 202

② 204

③ 206

④ 208

⑤ 210

93. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족시킨다. 이때, a_{10} 의 값을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_1 + \cdots + a_k}{k} = (n+1)^2$$

 답: _____

94. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^5 ka_k$ 의 값은?

① 110 ② 125 ③ 145 ④ 160 ⑤ 180

95. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = n^2$, $\sum_{k=1}^n a_{2k} = 2^n$ 을 만족할 때, $a_9 + a_{10}$ 의 값은?

① 20

② 22

③ 25

④ 27

⑤ 30

96. 수열 $\{a_n\}$ 은 처음 12개 항 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ 가 서로 다르고 $a_{n+12} = a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 을 만족시킨다. 이 때, 세 집합
 $A = \{a_{4n+1}, n \text{은 자연수}\}$
 $B = \{a_{5n+2}, n \text{은 자연수}\}$
 $C = \{a_{6n+3}, n \text{은 자연수}\}$
의 원소의 개수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $p+q+r$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

97. 수열 $1, 1+2, 1+2+2^2, 1+2+2^2+2^3, \dots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $2^n - n$

② $2^{n+1} - 1$

③ $2^{n+1} - n$

④ $2^{n+1} - n - 1$

⑤ $2^{n+1} - n - 2$

98. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족할 때, $\sum_{k=1}^{40} a_k$ 의 값은?

(가) $a_{4n} = n^2 (n \geq 1)$
(나) $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} (n \geq 1)$

- ① 210 ② 385 ③ 420 ④ 560 ⑤ 770

99. 수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ 을 만족할 때, 다음 중 $\sum_{k=1}^{50} a_k$ 와 같은 것은? (단, $a_1 \neq 0$, $a_2 \neq 0$)

① $a_{51} - a_1$

② $a_{51} - a_2$

③ $a_{51} + a_1$

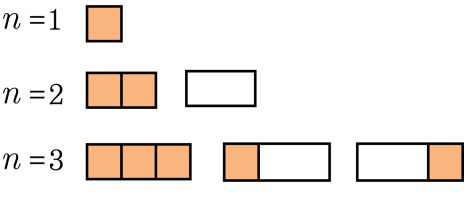
④ $a_{52} - a_2$

⑤ $a_{52} + a_2$

100. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이 성립하고 $a_6 = 62$ 라 할 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

101. 가로 길이가 n , 세로 길이가 1인 직사각형을 가로와 세로 길이가 모두 1인 타일과 가로 길이가 2, 세로 길이가 1인 타일로 채우려고 한다. 이때, 타일을 채우는 방법은 그림과 같이 $n = 1$ 인 경우는 1가지, $n = 2$ 인 경우는 2가지, $n = 3$ 인 경우는 3가지가 존재한다. 가로 길이 n 에 대하여 타일로 직사각형을 채우는 방법의 수를 a_n 이라 할 때, a_{10} 의 값을 구하여라.
(단, n 은 자연수이다.)



 답: _____ 가지

102. m, n 이 정수일 때, $\frac{1}{64^{\frac{1}{n}}81^{\frac{1}{m}}}$ 이 나타낼 수 있는 모든 자연수의 합은?

- ① 288 ② 2534 ③ 3042 ④ 5164 ⑤ 7254

103. 실수 x 에 대하여 $a = 2^{\sec x}$, $b = 4^{\tan x}$ 라 하자. $a^{-\sin x} = 3$ 일 때, b 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

104. 세 종류의 곰팡이 A, B, C 의 수를 조사하였더니 그 개체 수가 A 는 2시간마다 2배로, B 는 3시간마다 3배로 C 는 6시간마다 11배로 증가하였다. 이 조사에서 A, B, C 의 1시간 후의 개체 수는 각각 처음의 a 배, b 배, c 배임을 알 수 있다. 이때, a, b, c 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < a < c$
④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

105. 1이 아닌 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a^2 = b^3 = c^5 = k$ 를 만족하는 k 의 값들 중 최소인 수를 p 라 할 때, $\log_{16} p = \frac{b}{a}$ (단, a, b 는 서로소)이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

106. $10^a = 2$, $10^b = 3$ 일 때, $\log_{15} 10$ 을 a, b 로 나타내면?

① $\frac{1}{a+b+1}$

② $\frac{1}{a-b+1}$

③ $\frac{1}{a+b-1}$

④ $\frac{1}{b-a+1}$

⑤ $\frac{1}{b-a-1}$

107. $3^a = 2$, $3^b = 7$ 일 때, $\log_6 84$ 를 a , b 로 나타내면?

- ① $\frac{2a+b+1}{a+1}$ ② $\frac{a+2b+1}{b+1}$ ③ ab
④ $\frac{2a+b-1}{a+1}$ ⑤ $\frac{2a+b-1}{b+1}$