1. $f : X \to Y,\ x \to f(x)$라 한다. X의 임의의 두 원소를 $a,\ b$라 할 때, 다음 중에서 f가 일대일 함수일 조건은?

① $a = b$ 이면 $f(a) = f(b)$

② $f(a) = f(b)$ 이면 $a = b$

③ $f(a) \neq f(b)$ 이면 $a \neq b$

④ $a \neq b$ 이면 $f(a) = f(b)$

⑤ $a = b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$

2. $X = \{x \mid -2 \le x \le 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \le y \le 3\}$ 에서 $f : X \to Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$) 로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a, b 의 값을 정하면?

① $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$

④ $a = \frac{5}{2}$, $b = 0$ ⑤ $a = 2$, $b = 0$

3. 이차함수 $f(x) = x^2 - x$ 가 있다. 함수 $f : X \to X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합 X 는 $X = \{x | x \geq k\}$ 이다. 이 때, k 의 값은 얼마인가?

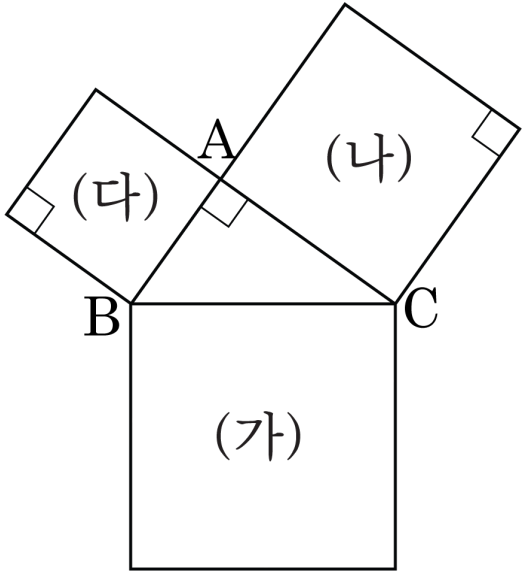
① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. $\sqrt[3]{9}$ 에 가장 가까운 정수를 x 라 할 때,

$\sqrt{\dfrac{3-2\sqrt{x}}{3+2\sqrt{x}}}+\sqrt{\dfrac{3+2\sqrt{x}}{3-2\sqrt{x}}}$ 의 값을 구하여라.

답: _____

5. 다음 그림과 같이 직각 삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형 (가), (나), (다) 가 있다. (나)의 넓이는 $2+3\sqrt{6}$이고, (다)의 넓이는 $3-\sqrt{6}$일 때, 선분 $\overline{BC}$의 길이는?



① $\sqrt{6}-\sqrt{2}$ ② $\sqrt{6}+1$

③ $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}-1$

6. 다음 값을 계산하면?

$$\sqrt{8+\sqrt{60}}+\sqrt{11-4\sqrt{6}}$$

① $2\sqrt{2}-\sqrt{5}$

② $2\sqrt{2}+\sqrt{5}$

③ $\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{6}-2$

④ $\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{6}-2$

⑤ $\sqrt{5}+\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2$

7. $x = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$에 대하여 x의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $x + a - \frac{1}{b}$의 값을 구하시오.

답: _____

8. 무리수 $\sqrt{3-\sqrt{8}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $n < a-b < n+1$을 만족하는 n의 값을 구하여라. (단, n은 정수)

답: _____

9. 무리수 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 하면 $\frac{a}{2}-2b$의 값은?

① $2(1-\sqrt{2})$ ② $-2(1-\sqrt{2})$ ③ $2(1+\sqrt{2})$

④ $3-2\sqrt{2}$ ⑤ $3+2\sqrt{2}$

10. 다음 분수함수의 그래프 중에서 평행이동하여 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 고르면?

① $y = \frac{x+4}{x+3}$ ② $y = \frac{x+4}{x-3}$ ③ $y = \frac{4x-4}{2x-1}$

④ $y = \frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y = \frac{x+3}{2-x}$

11. 평행이동 $f:(x,\ y) \to (x+m,\ y+n)$ 에 의하여 분수함수 $y=\dfrac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m-n$ 의 값을 구하여라.

답: _____

12. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

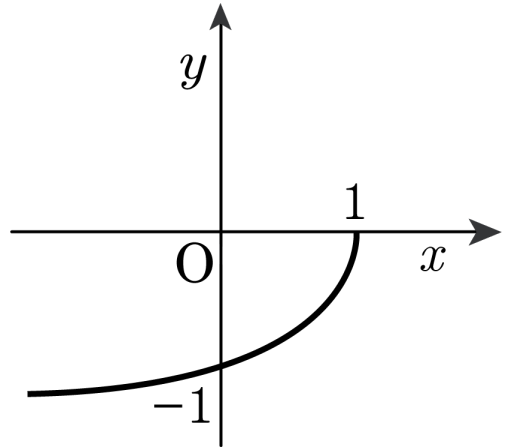
㉠ $y = \frac{-x-1}{x-1}$ ㉡ $y = \frac{x}{x-1}$ ㉢ $y = \frac{-2x-1}{x+1}$

① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡

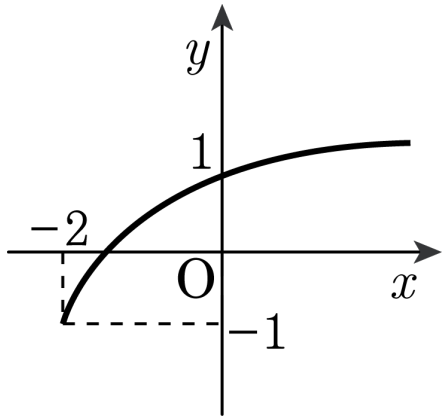
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

13. $y = -\sqrt{ax+b}+c$의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



14. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c는 상수)

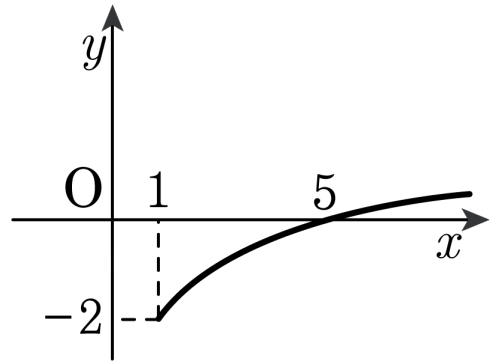


① $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3},\ 0\right)$

③ $\left(-\frac{5}{3},\ 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2},\ 0)$

⑤ $(-\sqrt{3},\ 0)$

15. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?



① 1 ② −1 ③ 2

④ −2 ⑤ 3

16. $\sum_{k=1}^{10} \left[\frac{100}{k}\right]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x를 넘지않는 최대의 정수)

답 : _____

17. $\sum_{k=1}^{10} \left[\frac{2^k}{10}\right]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

답: _____

18. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n=1$ 일 때, $1^3 = \left(\frac{1\cdot 2}{2}\right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

(ii) $n=m$ 일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,

$\sum_{k=1}^{m} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2$

양변에 $(\boxed{\text{㉠}})^3$ 을 더하면

$\sum_{k=1}^{m} k^3 + (\boxed{\text{㉠}})^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{\text{㉠}})^3$

$$\sum_{k=1}^{m+1} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{\text{㉠}})^3$$
$$= \frac{(m+1)^2(\boxed{\text{㉡}})^2}{4}$$
$$= \left\{\frac{(m+1)(\boxed{\text{㉡}})}{2}\right\}^2$$

따라서 $n=m+1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.

(i),(ii) 에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 ㉠에 들어갈 식을 $f(m)$, ㉡에 들어갈 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(5)+g(6)$ 의 값을 구하여라.

답: _____

19. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2n-1) \cdot 2^n$

$= (2n)(2n-1) \cdots (n+2)(n+1) \cdots\cdots$ ㉠

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$일 때, (좌변)= (우변)=2

(ii) $n = k$일 때 ㉠이 성립한다고 가정하면

$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2k-1) \cdot 2^k$

$= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 양변에 [(가)]를 곱하면

$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (2k-1) \cdot$ [(나)]

$= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdot$ [(가)]

$= (2k+2)(2k+1)(2k) \cdots (k+2)$

따라서 $n = k+1$일 때도 ㉠이 성립한다.

(i),(ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 ㉠이 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가),(나)에 들어갈 식을 차례로 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $\dfrac{g(10)}{f(10)}$의 값은?

① $\dfrac{1}{1024}$ ② $\dfrac{1}{512}$ ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

20. 양의 정수 n에 대하여 $p(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$이라 할 때 다음은 $p(1) + p(2) + p(3) + \cdots + p(n-1) = n\{p(n) - 1\}$ $(n = 2,\ 3,\ 4, \cdots)$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 2$일 때 (좌변)$= p(1) = 1$

(우변)$= 2\{p(2) - 1\} = 2\left(1 + \frac{1}{2} - 1\right) = 1$이므로 성립한다.

(ii) $n = k$ $(k \geq 2)$일 때 성립한다고 가정하면 $p(1) + p(2) + \cdots + p(k-1) = k\{p(k) - 1\}$

$p(1) + p(2) + \cdots + p(k) = (\text{㉠})p(k) - k$

$= (\text{㉠})\{p(k+1) - \text{㉡}\} - k$

$= (k+1)\{p(k+1) - 1\}$ 이므로 $n = k+1$일 때 성립한다.

따라서 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명 과정에서 ㉠, ㉡에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

① $k,\ \frac{1}{k}$ ② $k,\ \frac{1}{k+1}$ ③ $k+1,\ \frac{1}{k}$

④ $k+1,\ \frac{1}{k+1}$ ⑤ $k+2,\ \frac{1}{k}$

21. 세 수 $A = \sqrt[3]{4},\ B = \sqrt[4]{6},\ C = \sqrt[6]{13}$의 대소를 비교하면?

① $A > B > C$ ② $B > A > C$ ③ $C > B > A$

④ $A > C > B$ ⑤ $B > C > A$

22. 세 수 $A,\ B,\ C$를

$A =$ ($10\sqrt{5}$의 6제곱근 중 양의 실수)

$B =$ ($\sqrt{24}$의 세제곱근 중 실수),

$C =$ (64의 8제곱근 중 양의 실수)

로 정의할 때, 세 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례로 쓰면?

① $A,\ B$ ② $A,\ C$ ③ $B,\ A$ ④ $B,\ C$ ⑤ $C,\ B$

23. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}, B = 3^{\frac{1}{3}}, C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는?

① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $B < C < A$

④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

24. $2\log(a-2b) = \log 2b + \log(62b-a)$ 일 때, $\dfrac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

답: ___________

25. 서로 다른 세 양수 a, b, c에 대하여 $\log_a b = \sin x, \log_a c = \cos x$일 때, $b^{\sin x} \cdot c^{\cos x}$의 값은?

① a ② b ③ c ④ ab ⑤ ac

26. $2x = \log_7 2$ 일 때, $\dfrac{7^{3x} + 7^{-3x}}{7^x + 7^{-x}}$ 의 값은?

① $\dfrac{4}{3}$ ② $\dfrac{3}{2}$ ③ $\dfrac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{7}{3}$

27. $\log a$의 정수 부분이 2일 때, $A = \log a\sqrt{a}$의 값의 범위는?

① $\frac{3}{2} \le A < 3$

② $\frac{3}{2} < A \le 3$

③ $2\sqrt{2} \le A < 3\sqrt{3}$

④ $3 \le A < \frac{9}{2}$

⑤ $3 < A \le \frac{9}{2}$

28. $\log 4.02 = 0.6042$ 일 때, $\log 4020^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

답: ____________

29. $\log 3.14 = 0.4969$ 일 때, $\log 3140^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

답: ______

30. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 알맞은 수를 나열한 것은?

$\log 5,\ (\text{가}),\ (\text{나}),\ (\text{다}),\ \log 80,\ \cdots$

① $1,\ \log 20,\ \log 40$

② $\log 15,\ \log 20,\ \log 40$

③ $\log 20,\ \log 40,\ \log 50$

④ $\log 27,\ \log 45,\ \log 50$

⑤ $\log 27,\ \log 45,\ \log 52$

31. $\sum_{k=1}^{100} [\log_5 k]$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 150 ② 161 ③ 172 ④ 183 ⑤ 193

32. 네 수 1, a, b, c는 이 순서대로 공비가 r인 등비수열을 이루고 $\log_8 c = \log_a b$를 만족시킨다. 공비 r의 값은? (단, $r > 1$)

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

33. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$이 $a_{n+1} - a_n = \log \dfrac{b_n}{b_{n+1}}$을 만족할 때, a_{100}의 값과 같은 것은? (단, $a_1 = 0$)

① $\log \dfrac{b_{101}}{b_1}$ ② $\log \dfrac{b_{101}}{b_2}$ ③ $\log \dfrac{b_1}{b_{100}}$

④ $\log \dfrac{b_1}{b_{101}}$ ⑤ $\log \dfrac{b_2}{b_{101}}$

34. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x+1)$, $\log(2^x+7)$이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $12x$의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

답: _____

35. 다음 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은?

$$\log\frac{3}{1},\ \log\frac{5}{3},\ \log\frac{7}{5},\ \log\frac{9}{7}\cdots$$

① $\log(2n-1)$ ② $\log 2n$ ③ $\log(2n+1)$

④ $\log(2n+2)$ ⑤ $\log(2n+3)$

36. 다음 등식을 이용하여 증명할 수 있는 부등식은?

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$
$$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

① $|a+b+c| \le |a|+|b|+|c|$

② $\sqrt{a^2+b^2+c^2} \le |a|+|b|+|c|$

③ $\sqrt{3}\sqrt{a^2+b^2+c^2} \ge |a+b+c|$

④ $a^2+b^2+c^2 \le (a+b+c)^2$

⑤ $a+b+c \ge 3^3\sqrt{abc}$

37. 다음은 실수 $x,\ y,\ z$ 에 대하여 $x^2+y^2+z^2$ 와 $xy+yz+zx$ 의 대소를 비교한 것이다. [가], [나]에 알맞은 내용을 차례로 나열한 것은?

$x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)$
$=\frac{1}{2}\left\{2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx\right\}$
$=\frac{1}{2}\left\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right\}$ ([가])0 이므로
$x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx$ (단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

① $<,\ x=y=z$

② $\leq,\ x=y=z$

③ $\geq,\ x=y=z$

④ $<,\ xy=yz=zx$

⑤ $\leq,\ xy=yz=zx$

38. 다음 부등식 중 성립하지 않은 것은?

① $|a| - |b| \geq |a - b|$

② $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

④ $a^2 + ab + b^2 \geq 0$

⑤ $a^2 + b^2 + 1 > 2(a + b - 1)$

39. $f_1(x) = \dfrac{x}{x+1}$ 에 대하여 $f_{n+1}(x) = f_1 \circ f_n(x)(n = 1, 2, 3, \cdots)$ 라 할때 $f_{2008}(1)$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{2007}$ ② $\dfrac{1}{2008}$ ③ $\dfrac{1}{2009}$ ④ $\dfrac{1}{4017}$ ⑤ $\dfrac{1}{4018}$

40. $x \neq -1$ 인 실수에서 정의된 분수함수 $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ 에 대하여 $f^2 = f \circ f, \quad \cdots \quad f^{n+1} = f^n \circ f$ 이 성립할 때, $f^{2005}\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

답: _____

41. 실수 x를 입력하면 실수 $\dfrac{x-1}{2x-1}$ 이 출력되어 나오는 기계가 있다. 이 기계에 $\dfrac{2}{3}$를 입력하여 출력되어 나온 결과를 다시 입력하고 또 출력된 결과를 다시 입력하는 과정을 1999 번 반복하였을 때, 마지막으로 출력되어 나오는 결과를 말하여라.

답: _____

42. $\dfrac{x(y+z)}{27} = \dfrac{y(z+x)}{32} = \dfrac{z(x+y)}{35}$ 에서 $\dfrac{x^2+y^2}{z^2}$ 의 값은? (단, x, y, z 는 모두 양수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

43. $x+y=\dfrac{y+z}{8}=\dfrac{z+x}{5}$ 일 때, $\dfrac{5x^2-4y^2+z^2}{xy+3yz-2zx}$ 의 값은?

① 1 ② $\dfrac{25}{46}$ ③ 2 ④ $\dfrac{12}{23}$ ⑤ $\dfrac{13}{23}$

44. $3x = 4y = 2z$ 일 때, $\dfrac{x^2 - y^2 + z^2}{x^2 + y^2 - z^2}$ 의 값은? (단, $xyz \neq 0$)

① $-\dfrac{1}{7}$ ② $\dfrac{2}{11}$ ③ $-\dfrac{43}{11}$ ④ $\dfrac{7}{9}$ ⑤ 2

45. $x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{\sqrt{2x+1+2\sqrt{x(x+1)}}} + \dfrac{1}{\sqrt{2x+1-2\sqrt{x(x+1)}}}$

의 값을 구하면?

① $3+\sqrt{15}$ ② $4-\sqrt{15}$ ③ $\sqrt{3}+1$

④ $5-\sqrt{3}$ ⑤ $6+\sqrt{15}$

46. $x = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 일 때,

$\sqrt{1-2x\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1+2x\sqrt{1-x^2}}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ ② $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ ③ $\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$ ④ $\dfrac{7\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$

47. $x = \sqrt{3}$ 일 때, $\dfrac{1}{\sqrt{x+1-2\sqrt{x}}} - \dfrac{1}{\sqrt{x+1+2\sqrt{x}}}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{-\sqrt{3}+1}{2}$ ② $-(\sqrt{3}+1)$ ③ $\sqrt{3}+1$

④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

48. 무리수 $\sqrt{k}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $a^3 + b^3 = 9ab$을 만족하는 양의 정수 k를 구하면?

① 6 ② 4 ③ 2 ④ 1 ⑤ 11

49. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$의 정수 부분이 a, 소수 부분이 b라 할 때, $\frac{1}{b}-a$ 의 값을 구하면?

① $1+\sqrt{3}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2-\sqrt{3}$

④ $3+\sqrt{3}$ ⑤ $3-\sqrt{3}$

50. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$의 소수 부분 x에 대하여 $y=x+\dfrac{1}{x}$일 때, $\sqrt{x(y-2)}$의 값을 구하여라.

답: _____

51. m이 유리수일 때, $\dfrac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2}m-3}$가 유리수가 되도록 하는 m의 값의 합을 구하면?

답: _____

52. $2+\sqrt{3}=\sqrt{a+b\sqrt{3}}(a,\ b$는 유리수) 일 때, $a-b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

53. $x,\ y$가 유리수이고, 등식 $x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 3 - 3\sqrt{3} = 0$이 성립할 때, 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는?

① 2 개　② 4 개　③ 6 개　④ 8 개　⑤ 10 개

54. 일차 이상의 다항식 $f(x) = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n$ 을 $3x - 1$ 로 나눈 나머지를 a_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10 항까지의 합을 $\frac{p}{4} - \frac{1}{q}\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ (p, q는 자연수)로 나타낼 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

답: _____

55. 자연수 k에 대하여 수열 $2^3+1,\ 2^4+3,\ 2^5+5,\ \cdots,2^k+19$의 합을 S라 할 때, $S+k$의 값은?

① $2^{12}+92$ ② $2^{12}+108$ ③ $2^{13}+92$

④ $2^{13}+104$ ⑤ $2^{13}+128$

56. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$ ② $2^{10} - 1$ ③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$ ⑤ $2^{10} + 3$

57. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = -1$, $2\sum_{k=1}^{n} a_k = 3a_{n+1} - 2a_n - 1$이 성립할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ. $a_2 = -1$

ㄴ. $3a_{n+2} = 7a_{n+1} + 2a_n$

ㄷ. 수열 $\{3a_{n+1} - a_n\}$은 공비가 2인 등비수열이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

58. $a_2 = 3a_1,\ a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 $a_8 = 243$일 때, a_{15}의 값은?

① 3^8 ② 3^9 ③ 3^{10} ④ 3^{11} ⑤ 3^{12}

59. $a_1 = 4,\ a_2 = 6,\ a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0\ (n \geq 1)$으로 정의되는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_n$의 값은?

① $2^{10} + 6$ ② $2^{10} + 0$ ③ $2^{10} + 18$

④ $2^{11} + 9$ ⑤ $2^{11} + 18$

60. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$이라 할 때 $p+q$의 값을 구하여라.

$a_1 = 1,\ a_2 = 2,$
$2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$(단, $n = 1,\ 2,\ 3, \cdots$)

답: _____

61. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1,\ a_2 = 3$이고, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0 (n = 1, 2, 3, \cdots)$을 만족할 때, 일반항 a_n을 구하면?

① 2^{n-1} ② 3^{n-1} ③ 4^{n-1} ④ 5^{n-1} ⑤ 6^{n-1}

62. 수직선 위의 점 $P_{n+2}(a_{n+2})$는 점 $P_n(a_n)$과 점 $P_{n+1}(a_{n+1})$을 연결하는 선분 P_nP_{n+1}을 $2:3$으로 내분하는 점이다. $P_1(0)$, $P_2(5)$일 때, 점 P_n의 좌표 a_n은?

① $\frac{25}{8}\left\{1-\left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}\right\}$

② $\frac{25}{7}\left\{1-\left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}\right\}$

③ $\frac{25}{6}\left\{1-\left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}\right\}$

④ $\frac{25}{7}\left\{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^{n-1}\right\}$

⑤ $\frac{25}{8}\left\{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^{n-1}\right\}$

63. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 $2^{4n+2}+3^{n+2}$은 13의 배수임을 증명한 것이다.

증명

(i) $n=1$일 때, $2^{4+2}+3^{1+2}=91=13\cdot 7$로 13의 배수이다

(ii) $n-k$(k는 자연수)일 때 성립한다고 가정하면

$2^{4k+2}+3^{k+2}=13m$(m은 자연수)

$2^{4(k+1)+2}+3^{(k+1)+2}=㉠\cdot 2^{4k+2}+㉡\cdot 3^{k+2}$

$=㉠\cdot 13m+㉢\cdot 3^{k+2}$

따라서, $n=k+1$일 때에도 $2^{4n+2}+3^{k+2}$은 13의 배수이다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $2^{4n+2}+3^{n+2}$의13의 배수이다.

위의 증명에서 ㉠,㉡,㉢에 알맞은 수들의 합은?

① 1 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

64. 다음은 n이 자연수일 때, $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ 이 성립함을 증명하는 과정이다.

보기

(i) $n=1$일 때,
(좌변)$=1^2=1$, (우변)$=\frac{1}{6}\cdot 1\cdot 2\cdot 3=1$
이므로 주어진 등식은 성립한다.
(ii) $n=k$일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면
$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)$
위의 식의 양변에 $(k+1)^2$을 더하면
$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+(k+1)^2$
$=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)+(k+1)^2$
$=\frac{1}{6}(k+1)(\boxed{\text{(가)}})$
$=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(\boxed{\text{(나)}})$
따라서, $n=k+1$일 때에도 주어진 등식은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

① $2k^2+7k+4,\ 2k+2$
② $2k^2+7k+5,\ 2k+2$
③ $2k^2+7k+5,\ 2k+3$
④ $2k^2+7k+6,\ 2k+2$
⑤ $2k^2+7k+6,\ 2k+3$

65. 다음은 자연수 n에 대한 명제 $\mathrm{P}(n)$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 일부이다. 다음 중 명제 $\mathrm{P}(n)$으로 알맞은 것은?

증명

(ii) $n = k$일 때, 주어진 명제가 성립한다고 가정하면

$\square$이라 놓을 수 있다.

$7^{k+1} - 4^{k+1} = 7 \cdot 7^k - 4 \cdot 4^k$

$= 7(7^k - 4^k) + 3 \cdot 4^k$

$= 7 \cdot m + 3 \cdot 4^k$

$= 3(7m' + 4^k)$

……

① $7^n - 4^n$은 3으로 나누어떨어진다.

② $7^n - 4^n$은 7으로 나누어떨어진다.

③ $7^n - 4^n$은 n으로 나누어떨어진다.

④ $7^{n+1} - 4^{n+1}$은 7로 나누어떨어진다.

⑤ $7^{n+1} - 4^{n+1}$은 n으로 나누어떨어진다.

66. $x = 2^{\frac{1}{3}} - 2^{-\frac{1}{3}}$ 일 때, $2x^3 + 6x + 1$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

67. 자연수 n에 대하여 $x = \dfrac{5^{\frac{1}{n}} - 5^{-\frac{1}{n}}}{2}$ 일 때, $(x + \sqrt{1+x^2})^{2n}$의 값을 구하여라.

답: _____

68. $f(x) = 2^x$ 일 때, 다음 중 16^{16} 과 같은 것은?

① $f(f(1))$ ② $f(f(2))$ ③ $f(f(6))$

④ $f(f(10))$ ⑤ $f(f(16))$

69. 집합 M을 $M = \{3a + 5b | a,\ b$는 음이 아닌 정수$\}$로 정의할 때, 다음 중 옳은 것은?

㉠ $89 \in M, 97 \in M$

㉡ $K \in M \Rightarrow K + 3 \in M$

㉢ 두 자리의 모든 자연수는 M 의 원소이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢

④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

70. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 '$x \in S$ 이면 $(4 - x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

71. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 다음의 두 조건을 만족한다.

(가) $1 \in A$
(나) $a \in A$ 이면 $\sqrt{2}a \in A$

이 때, 다음 [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. 집합 A 는 유한집합이다.

ㄴ. 임의의 자연수 n 에 대하여 $2^n \in A$ 이다.

ㄷ. 집합 A 의 원소 중 가장 작은 수는 1 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

72. 집합 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 C의 개수는?

㉠ $A = B \cup C$ ㉡ $n(A) = 7$ ㉢ $n(B) = 4$

① 32개 ② 16개 ③ 8개 ④ 4개 ⑤ 2개

73. 집합 $S = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합 $A = \{xy | x \in S, y \in S\}$ 이다. 집합 A 의 부분집합 중 임의의 원소의 약수의 개수가 3 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

답: _____ 개

74. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $X \subset A$, $A \cap X^c = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

75. 두 집합 $A = \{3, 2a-5, 2a+1\}$, $B = \{a-2, a, a+2\}$ 에 대하여 $A \cap B^c = \{7\}$ 일 때, a 를 구하여라.

답: _____

76. $A=\{1, x, 3\}, B=\{x-1, 5, 6\}$ 이고 $A-B=\{2, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은?

① $\{1, 5\}$ ② $\{1, 6\}$ ③ $\{2, 5\}$ ④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

77. 두 집합 $A = \{1, a, a+2\}, B = \{3, a-2, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

78. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각 $A = \{x|x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$,
$B = \{x|x$는 두 자리 자연수$\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의 값을 구하여라.

답: _____

79. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}$, $B - A = \{e\}$, $A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은?

① $\{b\}$ ② $\{e\}$ ③ $\{b, e\}$

④ $\{c, d\}$ ⑤ $\{c, d, e\}$

80. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3\}, B - A = \{5\}, A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{1, 5\}$

81. $a,\ b$는 양의 상수이다. $\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{y}=1,\ x>0,\ y>0$일 때, $x+y$의 최솟값은?

① $2\sqrt{ab}$ ② $4\sqrt{ab}$ ③ $a+b+2\sqrt{ab}$

④ $a+b+4\sqrt{ab}$ ⑤ $ab+3\sqrt{ab}$

82. $x > -1$ 일 때 $x + \dfrac{1}{x+1}$ 의 최솟값을 m, 그 때의 x 의 값을 k 라 할 때 $m + k$ 의 값을 구하여라.

답: _____

83. $a > 0,\ b > 0$ 일 때, $(a+b)\left(\frac{4}{a}+\frac{9}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 13 ② 24 ③ 25 ④ 28 ⑤ 36

84. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 A 로의 함수 f 중에서 $2x - f(x) \in A (x = 1, 2, 3)$ 이 성립하는 것의 개수는?

① 3 개 ② 5 개 ③ 9 개 ④ 18 개 ⑤ 24 개

85. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에서 집합 $B = \{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

① 14 개 ② 18 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 27 개

86. 두 집합 $X = \{1,\ 2,\ 3\}$, $Y = \{a,\ b\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중 $f(1) = b$ 인 것의 개수를 구하여라.

답: _____ 개

87. $T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$이라 하고, $P_n = \dfrac{T_2}{T_2 - 1} \times \dfrac{T_3}{T_3 - 1} \times \cdots \times \dfrac{T_n}{T_n - 1}$ $(n \geq 2)$라고 할 때, P_{1991}에 가장 근사한 값은?

① 2.0 ② 2.3 ③ 2.6 ④ 2.9 ⑤ 3.2

88. 다항함수 $f(x)=\dfrac{x-a}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{x-b}{(b-c)(b-a)}$

$+\dfrac{x-c}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $f(2013)$ 의 값은?

① $a+b+c$ ② $a^2+b^2+c^2$ ③ $a^3+b^3+c^3$

④ $ab+bc+ca$ ⑤ 0

89. $\dfrac{2^1+2^0+2^{-1}}{2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}}$를 풀면?

① 6 ② 8 ③ $\dfrac{31}{2}$ ④ 24 ⑤ 512

90. $\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}}+\sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt[3]{65}}{4}$ ③ $\frac{1+\sqrt[6]{13}}{2}$

④ $\sqrt[3]{2}$ ⑤ 1

91. 두 실수 $a,\ b$에 대하여 $a+b=\sqrt{7\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, $a-b=\sqrt{7\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 가 성립할 때, a^2+ab+b^2의 값을 구하면?

① $4\sqrt{5}+3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}+2\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{5}+\sqrt{3}$

④ $5\sqrt{5}+\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

92. $x = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, $y = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$ 일 때, $x^3+x^2y+xy^2+y^3$ 의 값을 구하면?

① 202 ② 204 ③ 206 ④ 208 ⑤ 210

93. 모든 자연수 n에 대하여 수열 $\{a_n\}$은 다음을 만족시킨다. 이때, a_{10}의 값을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_1 + \cdots + a_k}{k} = (n+1)^2$$

답:

94. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2n$일 때, $\sum_{k=1}^{5} ka_k$의 값은?

① 110 ② 125 ③ 145 ④ 160 ⑤ 180

95. 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} = n^2$, $\sum_{k=1}^{n} a_{2k} = 2^n$을 만족할 때, $a_9 + a_{10}$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 25 ④ 27 ⑤ 30

96. 수열 $\{a_n\}$은 처음 12개 항 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{12}$가 서로 다르고 $a_{n+12} = a_n(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$을 만족시킨다. 이 때, 세 집합

$A = \{a_{4n+1},\ n$은 자연수$\}$

$B = \{a_{5n+2},\ n$은 자연수$\}$

$C = \{a_{6n+3},\ n$은 자연수$\}$

의 원소의 개수를 각각 $p,\ q,\ r$이라 할 때, $p+q+r$의 값을 구하여라.

답: _____

97. 수열 $1,\ 1+2,\ 1+2+2^2,\ 1+2+2^2+2^3, \cdots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $2^n - n$ ② $2^{n+1} - 1$ ③ $2^{n+1} - n$

④ $2^{n+1} - n - 1$ ⑤ $2^{n+1} - n - 2$

98. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족할 때, $\sum_{k=1}^{40} a_k$의 값은?

(가) $a_{4n} = n^2 (n \geq 1)$
(나) $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} (n \geq 1)$

① 210 ② 385 ③ 420 ④ 560 ⑤ 770

99. 수열 $\{a_n\}$이 자연수 n에 대하여 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$을 만족할 때, 다음 중 $\sum_{k=1}^{50} a_k$와 같은 것은? (단, $a_1 \neq 0,\ a_2 \neq 0$)

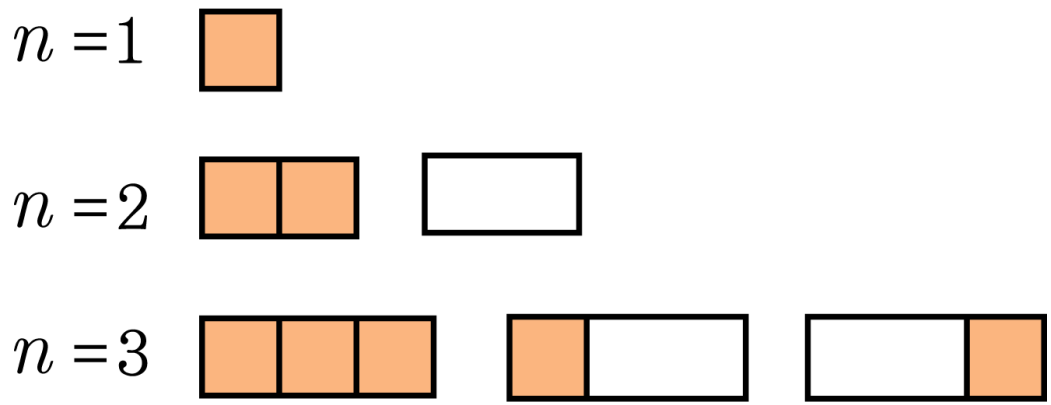
① $a_{51} - a_1$ ② $a_{51} - a_2$ ③ $a_{51} + a_1$

④ $a_{52} - a_2$ ⑤ $a_{52} + a_2$

100. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$이 성립하고 $a_6 = 62$라 할 때, $a_1 + a_2$의 값을 구하여라.

답: _____

101. 가로의 길이가 n, 세로의 길이가 1인 직사각형을 가로와 세로의 길이가 모두 1인 타일과 가로의 길이가 2, 세로의 길이가 1인 타일로 채우려고 한다. 이때, 타일을 채우는 방법은 그림과 같이 $n = 1$인 경우는 1가지, $n = 2$인 경우는 2가지, $n = 3$인 경우는 3가지가 존재한다. 가로의 길이 n에 대하여 타일로 직사각형을 채우는 방법의 수를 a_n이라 할 때, a_{10}의 값을 구하여라.
(단, n은 자연수이다.)



답: _____ 가지

102. m, n이 정수일 때, $\dfrac{1}{64^{\frac{1}{n}} 81^{\frac{1}{m}}}$이 나타낼 수 있는 모든 자연수의 합은?

① 288 ② 2534 ③ 3042 ④ 5164 ⑤ 7254

103. 실수 x에 대하여 $a = 2^{\sec x}$, $b = 4^{\tan x}$라 하자. $a^{-\sin x} = 3$일 때, b의 값을 구하면?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

104. 세 종류의 곰팡이 A, B, C의 수를 조사하였더니 그 개체 수가 A는 2시간마다 2배로, B는 3시간마다 3배로 C는 6시간마다 11배로 증가하였다. 이 조사에서 A, B, C의 1시간 후의 개체 수는 각각 처음의 a배, b배, c배임을 알 수 있다. 이때, a, b, c의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < a < c$

④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

105. 1이 아닌 세 자연수 a, b, c에 대하여 $a^2 = b^3 = c^5 = k$를 만족하는 k의 값들 중 최소인 수를 p라 할 때, $\log_{16} p = \dfrac{b}{a}$ (단, a, b는 서로소)이다. 이때, $a+b$의 값을 구하여라.

답: _____

106. $10^a = 2,\ 10^b = 3$일 때, $\log_{15} 10$을 $a,\ b$로 나타내면?

① $\dfrac{1}{a+b+1}$ ② $\dfrac{1}{a-b+1}$ ③ $\dfrac{1}{a+b-1}$

④ $\dfrac{1}{b-a+1}$ ⑤ $\dfrac{1}{b-a-1}$

107. $3^a = 2,\ 3^b = 7$일 때, $\log_6 84$를 $a,\ b$로 나타내면?

① $\dfrac{2a+b+1}{a+1}$ ② $\dfrac{a+2b+1}{b+1}$ ③ ab

④ $\dfrac{2a+b-1}{a+1}$ ⑤ $\dfrac{2a+b-1}{b+1}$