1. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$12, 0.4, \frac{1}{16}, 0.\dot{4}, \frac{4}{25}$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm\sqrt{12}$
0.4 의 제곱근 $\pm\sqrt{0.4}$
$\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm\frac{1}{4}$
$0.\dot{4}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{3}$
$\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{5}$

2. $\sqrt{52-x}=7$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=3$

해설

$\sqrt{52-x}=7$

$52-x=49$

$\therefore x=3$

3. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$ ㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$

㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$ ㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$ ㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

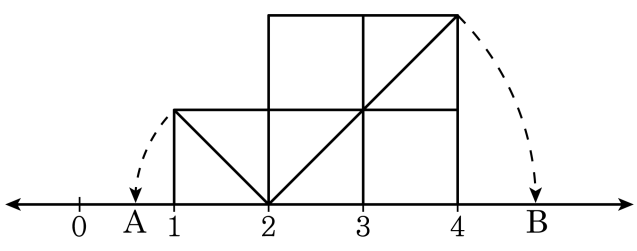
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.
㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

4. 다음 수직선 위의 두 점 A, B 에 대응하는 수를 각각 A, B 라고 할 때 선분 AB 의 길이를 구하 여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

작은 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
큰 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2}$
$A = 2 - \sqrt{2}$, $B = 2 + 2\sqrt{2}$
$\overline{AB} = 2 + 2\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$

5. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$ ② $A > C > B$ ③ $B > A > C$

④ $B > C > A$ ⑤ $C > A > B$

해설

$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0$ 이므로 $A < B$
$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0$ 이므로 $A > C$
$\therefore B > A > C$ 이다.

6. $\sqrt{28}\sqrt{231} = A\sqrt{33}$, $4\sqrt{3} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B - A = 34$

해설

$$\sqrt{28}\sqrt{231} = \sqrt{2^2 \times 7}\sqrt{3 \times 7 \times 11}$$
$$= \sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2 \times 11} = 14\sqrt{33}$$

$\therefore A = 14$

$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

$\therefore B = 48$

$\therefore B - A = 48 - 14 = 34$

7. $\sqrt{0.24} \div \sqrt{0.06} \div \sqrt{0.04}$ 를 간단히 하면?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$$\sqrt{\frac{24}{100}} \times \sqrt{\frac{100}{6}} \times \sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{100} = 10$$

8. 두 수 a, b 가 $a+b<0$, $ab<0$, $|a|<|b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2}+\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a+b$　② $-5a-b$　③ $-5a+b$

④ $5a+b$　⑤ $5a-b$

해설

$a>0$, $b<0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a|+|-b|+|-2a|-|2b| \\ &= 3a-b+2a+2b \\ &= 5a+b\end{aligned}$$

9. $2x-y=3$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

해설

$2x-y=3 \Rightarrow y=2x-3$

$\sqrt{2x+y}=\sqrt{2x+2x-3}=\sqrt{4x-3}$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,

근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4\times10-3}=\sqrt{37}>7^2$)

$\therefore \sqrt{4x-3}=7$ 일 때, $x=13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x=13$

10. 두 실수 a, b 가 $a=\sqrt{7}-6$, $b=\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $b-a>0$　　㉡ $a-b<0$　　㉢ $ab<0$

㉣ $a+3<0$　　㉤ $b-\sqrt{7}<2$

① ㉠　　② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉤　　④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$b-a=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\left(\sqrt{7}-6\right)$

㉠ $=\sqrt{3}+6$

$=\sqrt{36}+\sqrt{9}>0$

$\therefore\ b-a>0$

$a-b=\sqrt{7}-6-\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)$

㉡ $=-6-\sqrt{3}$

$=-\sqrt{36}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ a-b<0$

㉢ $a=\sqrt{7}-6=\sqrt{7}-\sqrt{36}<0$

$b=\sqrt{3}+\sqrt{7}>0$

$\therefore\ ab<0$

㉣ $a+3=\left(\sqrt{7}-6\right)+3=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore a+3<0$

㉤ (좌변)$=b-\sqrt{7}=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=\sqrt{3}$

(우변)$=2=\sqrt{4}$

$\therefore b-\sqrt{7}<2$

11. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10}\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6}$$

$\therefore\ x = \frac{2}{5}$

12. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x=100a$, $y=10b$
② $x=10a$, $y=\dfrac{b}{10}$
③ $x=100b$, $y=\dfrac{a}{100}$
④ $x=10a$, $y=\dfrac{b}{100}$
⑤ $x=10ab$, $y=\dfrac{10}{b}$

해설

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}=10a$
$\therefore x=10a$
$\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}=\dfrac{b}{10}$
$\therefore y=\dfrac{b}{10}$

13. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

① -1 ② $\sqrt{101}-1$ ③ $\sqrt{102}-1$

④ $\sqrt{102}-\sqrt{101}$ ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$f(0) = \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2}$
$f(1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$
$f(2) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$
$f(99) = \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101}$
$f(100) = \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102}$
$\therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$
$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102}$
$= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102}$
$= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102}$
$= -1 + \sqrt{102}$

14. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y라고 할 때, $\dfrac{1}{x-y}+\dfrac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

① 1 ② $\dfrac{\sqrt{8}}{8}$ ③ $\dfrac{\sqrt{8}}{4}$

④ 2 ⑤ $\dfrac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2<\sqrt{8}<3$ 에서 $\sqrt{8}=2.\times\times\times\cdots=2+y$

$\therefore$ $\sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x=2$

소수 부분 $y=\sqrt{8}-2=2\sqrt{2}-2$

$$\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y+4}$$

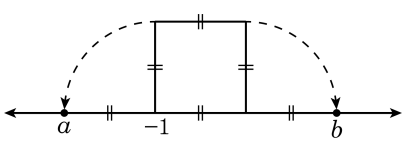
$$=\frac{1}{2-(2\sqrt{2}-2)}+\frac{1}{2+(2\sqrt{2}-2)+4}$$

$$=\frac{1}{4-2\sqrt{2}}+\frac{1}{4+2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(4+2\sqrt{2})+(4-2\sqrt{2})}{(4-2\sqrt{2})(4+2\sqrt{2})}$$

$$=\frac{8}{4^2-(2\sqrt{2})^2}=\frac{8}{16-8}=1$$

15. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.

③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.

④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

16. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a=4,\ b=5-\sqrt{2},\ c=\sqrt{17}$

① $a<b<c$　② $b<a<c$　③ $c<a<b$

④ $b<c<a$　⑤ $a<c<b$

해설

(1) $a=4$

(2) b 의 범위

$-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$

$5-\sqrt{4}<5-\sqrt{2}<5-\sqrt{1}$

$\therefore\ 3<5-\sqrt{2}<4$

(3) c 의 범위

$\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$

$\therefore\ 4<\sqrt{17}<5$

$\therefore\ b<a<c$

17. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

ⅰ) $13 < \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14$

$\therefore f(175) = 5\sqrt{7} - 13$

ⅱ) $5 < \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6$

$\therefore f(28) = 2\sqrt{7} - 5$

$\therefore f(175) - 2f(28) = 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10$

$= \sqrt{7} - 3$

$\sqrt{7} - 3 = a\sqrt{7} + b$ 이므로

$a = 1, b = -3$

$\therefore ab = 1 \times (-3) = -3$

18. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$　② $\sqrt{9}$　③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$　⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

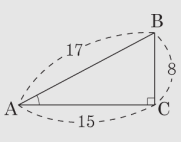
①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

19. $\sin A = \frac{8}{17}$ 일 때, $\cos A \tan A$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{8}{15}$ ② $\frac{8}{17}$ ③ $\frac{15}{17}$ ④ $\frac{7}{19}$ ⑤ $\frac{9}{17}$

해설



$\sin A = \frac{8}{17}$이면

$\cos A = \frac{15}{17}$, $\tan A = \frac{8}{15}$

$\therefore \cos A \times \tan A = \frac{15}{17} \times \frac{8}{15} = \frac{8}{17}$

20. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 50°$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 65 °

해설

$\angle AOB = 130°$

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times 130° = 65°$

21. $2 < x \le 3$일 때,
$A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$2 < x \le 3$ 에서 $-3x < 0, 2 - x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

22. $\sqrt{24a}$ 의 값이 자연수가 되는 두 자리 자연수 a 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$\sqrt{24a}$ 가 자연수가 되기 위해서 $24a$ 는 완전제곱수가 되어야 한다.
$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 가장 작은 자연수 a 의 값은 6 이다.
따라서 두자리 수는 6×2^2 , 6×3^2 , 6×4^2 뿐이다.
$\therefore$ 3 개다.

23. 자연수 x에 대하여
$\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$라 할 때,
$f(220) - f(144)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\sqrt{196}(=14) < \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15)$ 이므로
$f(220) = (\sqrt{220}$ 미만의 자연수의 개수$) = 14$
$\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$ 이므로
$f(144) = (\sqrt{144}$ 미만의 자연수의 개수$) = 11$
$\therefore f(220) - f(144) = 14 - 11 = 3$

24. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 유리수 a 와 무리수 b 에 대해 $a-b$ 는 항상 무리수이다.

㉡ $b=a-\sqrt{5}$ 를 만족시키는 무리수 a, b 가 항상 존재한다.

㉢ 임의의 무리수 a 에 대하여 $ab=1$ 을 만족시키는 무리수 b 가 존재한다.

㉣ 유리수 a , 무리수 b 에 대해 ab 는 항상 무리수이다.

㉤ 임의의 유리수 a 에 대해 ab^2 이 유리수가 되는 무리수 b 는 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

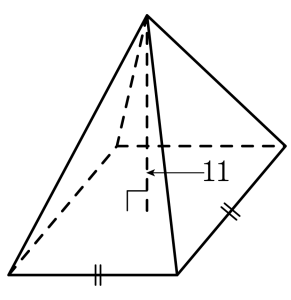
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ $a=0$ 일 경우 $ab=0$ 이 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.
㉤ $a=2$ 일 때, $b=\sqrt{2}$ 이면 $ab^2=2\cdot(\sqrt{2})^2=4$가 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.
따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ㉣, ㉤ 이다.

25. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 $330\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}$ cm

해설

밑면의 한 변의 길이 : $x\,\mathrm{cm}$

$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330,\ x^2 = 90$

$\therefore\ x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}\,(\mathrm{cm})$