

1. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

2. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

 답: _____

3. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

4. 다음은 소희와 동우가 문제를 푼 것이다. 두 사람 중 누가 맞게 풀었는지 고르고, 그 이유를 써라.

문제

$2 \times 3 \times 5^2$ 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 수중 가장 작은 수와 그때 어떤 수의 제곱이 되는지 차례대로 구하여라.

소희의 풀이과정

$2 \times 3 \times 5^2$ 를 계산하면 150이다.
그런데 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 1, 4, 9, 16, ... 등이 있다.
150 근처의 제곱수는 아마도 12가 될 것 같다.
 $12 \times 12 = 144$ 이므로 150이 되려면 150에 $\frac{150}{144}$ 를 곱하면 된다.
따라서 곱할 수 있는 수는 $\frac{150}{144}$ 이고, 12의 제곱이 된다.

동우이의 풀이과정

어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 $2^2, 3^2, 4^2, \dots$ 즉 지수가 2인 수들이다.
따라서 $2 \times 3 \times 5^2$ 의 지수가 2가 되는지 확인하고, 안 되면 곱해주면 된다.
 $2 \times 3 \times 5^2$ 이므로, 2하고 3만 제곱 형태로 만들어 주면 된다.
 $2 \times 3 \times 5$ 에 2와 3를 곱하면, $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 가 되어 제곱 형태가 된다.
따라서 곱하는 수는 $2 \times 3 = 6$ 이고, 제곱이 되는 수는 $2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 3^2 = 900$ 이므로 30의 제곱이다.

 답: _____

5. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

 답: _____

6. $\frac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a + n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수)

 답: _____

7. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.

㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣ 392 는 4 의 배수이다.

㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 384 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 9 는 54 의 약수이다.

10. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

이

때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

- ① 12
- ② 13
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

11. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, $a \leq 100$)

 답: _____ 개

12. 120보다 작은 7의 배수의 개수를 구하여라.

 답: _____ 개

13. $\frac{n}{2}$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{3}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것을 구하여라.

 답: _____

14. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

15. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

 답: _____

 답: _____

16. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은?

① 2

② 3

③ 6

④ 8

⑤ 14

17. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다.
이때, 가능한 a, b 중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

① $a : 0, b : 0$

② $a : 0, b : 1$

③ $a : 1, b : 1$

④ $a : 1, b : 0$

⑤ $a : 2, b : 1$

18. 자연수 a, b, c 에 대하여 $120a = 270b = 150c$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____

19. 자연수 140 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $d - b - c + a$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

20. 자연수 120 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $a + b + c + d$ 의 값은?

① 27

② 16

③ 29

④ 18

⑤ 21

21. 자연수 a 의 약수의 개수를 $n(a)$ 로 나타낼 때, $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

 답: _____

22. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

 답: _____

23. 서로 다른 한 자리 소수 a, b, c 에 대하여 $a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 3 을 곱하였더니 약수의 개수가 2 배가 되었다. 이때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

24. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10