

1. 2보다 크고 10보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 \square 안에 들어갈 기호가 \in 인 것을 골라라.

① $2 \square A$

② $A \square 4$

③ $6 \square A$

④ $A \square 10$

⑤ $\{4, 6\} \square A$

해설

$A = \{4, 6, 8\}$

① $2 \notin A$

② $A \ni 4$

③ $6 \in A$

④ $A \not\supset 10$

⑤ $\{4, 6\} \subset A$

2. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = \{b\}$
- ㉡ $n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 0$
- ㉢ $n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 2$
- ㉣ $n(\{2\}) - n(\emptyset) = 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = 3 - 2 = 1$
- ㉡ $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$, $\{x|x \text{는 } 25 \text{의 약수}\} = \{1, 5, 25\}$ 이므로
 $n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 3 - 3 = 0$
- ㉢ $n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 0 + 2 = 2$
- ㉣ $n(\{2\}) - n(\emptyset) = 1 - 0 = 1$

3. $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\{1\} \subset A$ ② $\{1, 2, 0\} \subset A$ ③ $\{0\} \subset A$
④ $0 \subset A$ ⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 집합 A 의 원소이므로 \in 기호를 이용하여 나타내어야 한다.

4. 다음 중 부분집합의 개수가 32 개인 집합이 아닌 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{\text{선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $2^5 = 32$ (개)
- ② $2^5 = 32$ (개)
- ③ $2^4 = 16$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^5 = 32$ (개)

5. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$, $B = \{1, x+1, x+3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\} = \{1, x+1, x+3\}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

6. 다음 두 집합 C, D 의 합집합의 원소의 개수를 구하여라.

$$C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$$

$$D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12\}$$

$$\therefore n(C \cup D) = 9$$

7. $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\text{(준식)} = \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} \times \frac{(x-2)(x-5)}{x(x-5)} = 1$$

8. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{1, 2\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \in A$

④ $\emptyset \subset A$

⑤ $n(A) = 5$

해설

⑤ $n(A) = 4$

10. $(A - B) \cup (A \cap B)$ 를 간단히 하면?

- ① A ② B ③ A^c ④ B^c ⑤ \emptyset

해설

$$\begin{aligned}(A \cap B^c) \cup (A \cap B) &= A \cap (B^c \cup B) \\ &= A \cap U = A\end{aligned}$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 35, n(A \cap B^c) = 11, n(A^c \cap B) = 13$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은?

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B^c) - n(A^c \cap B) \\ &= 35 - 11 - 13 = 11 \end{aligned}$$

12. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

- ① $q \rightarrow p$ ② $p \rightarrow q$ ③ $\sim p \rightarrow \sim q$
④ $\sim p \rightarrow q$ ⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

‘명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.’

$\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow$ 역: $\sim q \rightarrow \sim p$ (참)

$\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \rightarrow q$ (참)

13. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최솟값은?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \quad \frac{1}{4} \geq \sqrt{\frac{1}{xy}}$$

$$\therefore \frac{1}{16} \geq \frac{1}{xy}$$

따라서 $xy \geq 16$ 이므로 xy 의 최솟값은 16

14. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (-1)^2 + 4^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x - y + 4z)^2$
 $18(x^2 + y^2 + z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$
 $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$
따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은 1이다.

15. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5, g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합 X 의 개수는 몇 개인가?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서
 $3x^2 - 12x - 15 = 0, 3(x^2 - 4x - 5) = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5, -1$
즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$ 일 때 $f(x) = g(x)$ 이다.
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

16. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 일대일대응인 세 함수 f, g, h 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가? (단, I 는 항등함수)

보기

- ㉠ $f \circ g = g \circ f$
 ㉡ $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
 ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$
 ㉣ $f \circ g = I$ 이면 $g = f^{-1}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉣
 ④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 일반적으로 함수의 합성에서 교환법칙은 성립하지 않는다.
 \therefore 옳지 않다.
 ㉡ 함수의 합성에서 결합법칙은 성립한다.
 \therefore 옳다.
 ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1} = ((f \circ g) \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$
 \therefore 옳지 않다.
 ㉣ $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$ 이므로
 $f \circ g = I$ 에서 $f^{-1} \circ f \circ g = f^{-1} \circ I = f^{-1}$
 $\therefore g = f^{-1} \therefore$ 옳다.

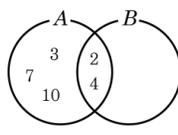
17. $\{a, c\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 5 ② 8 ③ 10 ④ 16 ⑤ 32

해설

집합 X 는 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합이면서 a, c 를 포함하는 집합이므로 $\{b, d, e\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $2^3 = 8(\text{개})$

18. 다음의 벤 다이어그램에서 $A = \{2, 3, 4, 7, 10\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것은?



- ① $\{2, 3, 8\}$ ② $\{2, 5, 7\}$ ③ $\{4, 9, 10\}$
 ④ $\{2, 4, 6, 7\}$ ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{2, 4\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3, 7, 10은 들어갈 수 없다.

- ① 3이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 7이 포함되어서 옳지 않다.
 ③ 10이 포함되어서 옳지 않다.
 ④ 7이 포함되어서 옳지 않다.

19. 다음 중 참인 명제는?

- ① 2는 홀수이다.
- ② $\sqrt{2}$ 는 유리수이다.
- ③ 99는 100보다 작다.
- ④ \emptyset 은 무한집합이다.
- ⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 > 0$ 이다.

해설

③ 99는 100보다 작은 것이 사실이므로 참이다.

20. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은? (단, $\sim p$ 는 p 의 부정이다.)

① $q \rightarrow \sim p$

② $p \rightarrow r$

③ $q \rightarrow \sim r$

④ $\sim q \rightarrow r$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow \sim q$, $\sim r \rightarrow q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim p$, $\sim q \rightarrow r$ 도 참이다.
 $p \rightarrow \sim q \rightarrow r$ 이므로 $p \rightarrow r$, 그 대우인 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

21. 두 조건 $p : |x-1| = 2$, $q : x^2 + 2x + 1 = 0$ 에서 p 는 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

주어진 조건의 진리집합이

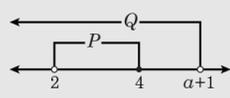
$P = \{-1, 3\}$, $Q = \{-1\}$ 이므로 $Q \subset P$

22. 두 조건 $p : 2 < x \leq 4, q : x < a + 1$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a > 3$

해설



$p \rightarrow q$ 이므로 $a + 1 > 4 \Rightarrow a > 3$

23. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ 에서 함수 f 를 $f(x) = (x^2 \text{을 } 4 \text{로 나눈 나머지})$ 로 정의하고
 집합 $B = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$ 에서 함수 g 를 $g(x) = (x^2 \text{을 } 8 \text{로 나눈 나머지})$ 로 정의하자.
 두 함수 f, g 의 치역을 각각 P, Q 라고 할 때, 집합 $P \cup Q$ 는?

- ① $\{0, 1\}$ ② $\{0, 4\}$ ③ $\{0, 1, 4\}$
 ④ $\{0, 2, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 4\}$

해설

- (i) 집합 A 의 원소 x 를 $x = 2k - 1$
 (단, $k = 1, 2, 3, \dots$)로 놓으면
 $x^2 = (2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1 = 4(k^2 - k) + 1$ 이므로 x^2 을 4로 나눈 나머지는 1이다.
 $\therefore P = \{1\}$
- (ii) 집합 B 의 원소 x 중 $0, 4, 8, 12, \dots$ 은 $x = 4k$ (단, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$)로 나타내고
 $2, 6, 10, \dots$ 은 $x = 4k - 2$
 (단, $k = 1, 2, 3, \dots$)로 놓자.
 먼저 $x = 4k$ 일 때,
 $x^2 = (4k)^2 = 16k^2 = 8(2k^2)$ 이므로
 x^2 을 8로 나눈 나머지는 0이다.
 또, $x = 4k - 2$ 일 때,
 $x^2 = (4k - 2)^2$
 $= 16k^2 - 16k + 4$
 $= 8(2k^2 - 2k) + 4$ 이므로
 x^2 을 8로 나눈 나머지는 4이다.
 $\therefore Q = \{0, 4\}$
- (i), (ii)로부터 $P \cup Q = \{0, 1, 4\}$

24. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{5, 6, 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

해설

집합 X 에서 Y 로의 함수의 개수는

$$a = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

집합 X 에서 Y 로의 일대일 대응의 개수는

$$b = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\therefore a + b = 27 + 6 = 33$$

25. 세 함수 $f(x) = x + 1$, $g(x) = -x + a$, $h(x) = bx + 2$ 가 $h \circ f = g$ 를 만족시킬 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(x + 1) = b(x + 1) + 2 = bx + b + 2$$

$$g(x) = -x + a \text{ 이므로, } bx + b + 2 = -x + a$$

$$b = -1, b + 2 = a$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a + b = 0$$

26. 실수에서 정의된 함수 $f(x) = ax - 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립하도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$f^{-1} = f \text{ 에서 } f^{-1}(x) = f(x), f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) = f(ax - 3) = a(ax - 3) - 3 = x$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$\therefore a^2 = 1, -3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

27. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f(1) = 4$, $f^{-1}(6) = 2$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f(1) = 4$ 이므로

$$a + b = 4 \cdots \textcircled{1}$$

$f^{-1}(6) = 2$ 에서 $f(2) = 6$ 이므로

$$2a + b = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 2$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

28. 직선 $y = m|x - 1| + 2$ 와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10일 때, m 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{2}{5}$ ⑤ 1

해설

$$y = m|x - 1| + 2$$

i) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \dots \text{㉠}$

ii) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \dots \text{㉡}$

m 에 관계없이 정점 $(1, 2)$ 을 지난다.

x 절편은 ㉠에서 $x = \frac{m-2}{m}$

㉡에서 $x = \frac{m+2}{m}$

그림에서 \overline{AB} 의 길이는

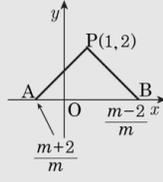
$$\frac{m-2}{m} - \frac{m+2}{m} = \frac{-4}{m}$$

$\therefore \triangle PAB$ 의 면적이 10이므로

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{4}{m}\right) = 10$$

$$10m = -4$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



해설

삼각형의 넓이가 10일 때 높이가 2이므로

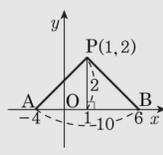
$$\overline{AB} = 10$$

즉 그래프의 x 절편이 -4, 6이다.

$y = m|x - 1| + 2$ 에 $(6, 0)$ 을 대입하면

$$0 = m|6 - 1| + 2, 5m = -2$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



29. 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $\frac{75}{23} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$ 일 때, $a + b + c + d$

의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned}\frac{75}{23} &= 3 + \frac{6}{23} = 3 + \frac{1}{\frac{23}{6}} \\ &= 3 + \frac{1}{3 + \frac{5}{6}} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{6}{5}}} \\ &= 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 3, b = 3, c = 1, d = 5$$

$$\therefore a + b + c + d = 12$$

30. $a+b+c=1$ 일 때, $\frac{a^2-1}{b+c} + \frac{b^2-1}{c+a} + \frac{c^2-1}{a+b}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a^2-1}{b+c} + \frac{b^2-1}{c+a} + \frac{c^2-1}{a+b} \\ &= \frac{(a-1)(a+1)}{b+c} + \frac{(b-1)(b+1)}{c+a} \\ & \quad + \frac{(c-1)(c+1)}{a+b} \end{aligned}$$

그런데 $a+b+c=1$ 이므로

$$a-1 = -(b+c), \quad b-1 = -(c+a), \quad c-1 = -(a+b)$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= -(a+1) - (b+1) - (c+1) \\ &= -(a+b+c) - 3 = -1 - 3 = -4 \end{aligned}$$

31. 무리식 $\sqrt{2-x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정할 때, 정수 x 의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$2-x \geq 0, x+3 > 0$$

$\therefore -3 < x \leq 2$ 이므로 정수의 개수는 5개

32. $x = ab$, $y = a^2 + b^2$ 이고 $a + b = 5$, $ab = 3$ 일 때, $\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2}$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① 6 ② 8 ③ 32 ④ 38 ⑤ 40

해설

$$x = ab = 3$$

$$y = a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 25 - 6 = 19$$

$x - y < 0$, $x + y > 0$ 이므로

$$\text{(준식)} = |x - y| + |x + y|$$

$$= -(x - y) + (x + y) = 2y = 38$$

33. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 의 소수 부분을 p 라고 할 때, $2\left(p - \frac{1}{p}\right)$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② 3

③ $3 - \sqrt{3}$

④ $\sqrt{3} - 3$

⑤ $2 - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} &= \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} \\ &= \sqrt{3} + 1\end{aligned}$$

$$\therefore p = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow 2\left(p - \frac{1}{p}\right)$$

$$= 2\left(\sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}\right)$$

$$= 2\left(\sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3} + 1}{2}\right)$$

$$= \sqrt{3} - 3$$