1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

2. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

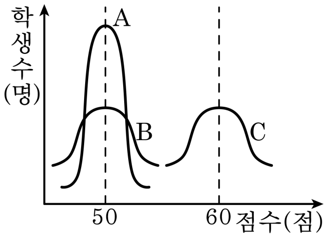
a, b, c의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3}=6$

$\therefore a+b+c=18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5}=\frac{8+18+4}{5}=6$$

3. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.

㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.

㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.

㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

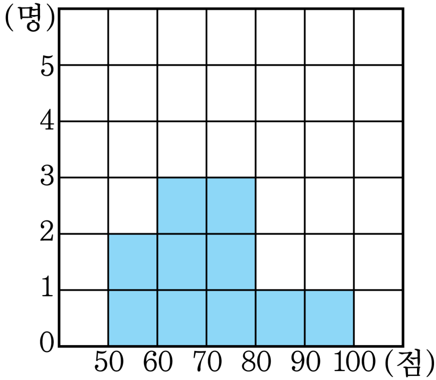
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

4. 다음 히스토그램은 학생 10명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

해설

평균: $\dfrac{55\times 2+65\times 3+75\times 3+85\times 1}{10}+\dfrac{95\times 1}{10}=71$

편차: $-16,\ -6,\ 4,\ 14,\ 24$

분산: $\dfrac{(-16)^2\times 2+(-6)^2\times 3+4^2\times 3}{10}+\dfrac{14^2\times 1+24^2\times 1}{10}=\dfrac{1440}{10}=144$

5. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 2^{\text{미만}}$	4
$2^{\text{이상}} \sim 4^{\text{미만}}$	2
$4^{\text{이상}} \sim 6^{\text{미만}}$	18
$6^{\text{이상}} \sim 8^{\text{미만}}$	6
$8^{\text{이상}} \sim 10^{\text{미만}}$	2
합계	32

① 5, 1　② 5, 2　③ 5, 4　④ 6, 3　⑤ 6, 4

해설

$$(\text{평균}) = \frac{1\times4+3\times2+5\times18+7\times6+9\times2}{32}$$

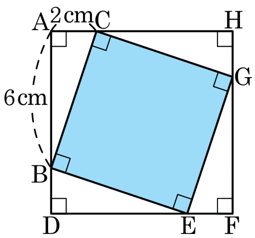
$$=5$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2\times4+(-2)^2\times2}{32}$$

$$+\frac{0^2\times18+2^2\times6+4^2\times2}{32}=4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4}=2$$

6. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 합동인 직각삼각형으로 둘러싸인 $\square BEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $40\,\text{cm}^2$

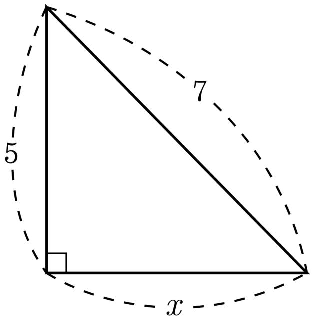
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{2^2+6^2} = 2\sqrt{10}$ (cm)

따라서, $\square BEGC$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{10}$ cm 인 정사각형이므로

$\square BEGC = \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 40$ (cm^2)

7. 다음을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



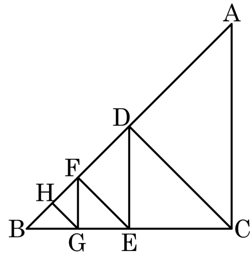
① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{8}$ ④ 4 ⑤ 6

해설

빗변이 7 인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $x^2+5^2=7^2$ 성립해야 하므로

$$x^2 = 7^2 - 5^2$$
$$= 49 - 25$$
$$= 24$$
$$\therefore x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \ (\because x > 0)$$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}=4$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D, 점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 E, 점 E 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 F, 점 F 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 G, 점 G 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\triangle$ABC 가 직각이등변삼각형이므로 $\triangle$HBG, $\triangle$HFG, $\triangle$FGE, $\triangle$FED, $\triangle$DEC, $\triangle$DCA 도 모두 직각이등변삼각형이다.

$\overline{HB}=a$ 로 놓으면

$\overline{FG}=\overline{EG}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

$\overline{EF}=\sqrt{2a^2+2a^2}=2a$

$\overline{DE}=\overline{CE}=\sqrt{4a^2+4a^2}=2\sqrt{2}a$

$\overline{DC}=\overline{AD}=\sqrt{8a^2+8a^2}=4a$

$\overline{AC}=\sqrt{16a^2+16a^2}=4\sqrt{2}a$

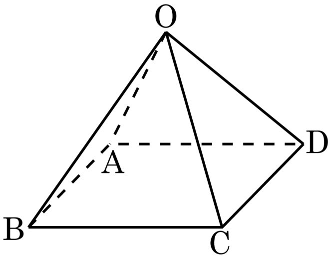
$\overline{AC}=\overline{BC}$ 이므로

$\therefore\ 4\sqrt{2}a=4,\ a=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 삼각형 BHG 의 넓이는

$\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ 이다.

9. 다음과 같이 밑면이 직사각형인 사각뿔 O – ABCD 에서 $\overline{\mathrm{OA}}=4$, $\overline{\mathrm{OB}}=6$, $\overline{\mathrm{OC}}=8$ 일 때, 선분 OD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{11}$

해설

점 O 에서 밑면에 그은 수선의 발과 점 A, B, C, D 사이의 거리를 a, b, c, d 라 하면

$a^2+c^2=b^2+d^2$

이때, 사각뿔의 높이를 l, $\overline{\mathrm{OD}}=x$ 라 하면

$a^2+l^2=4^2$ (①)

$b^2+l^2=6^2$ (②)

$c^2+l^2=8^2$ (③)

$d^2+l^2=x^2$ (④)

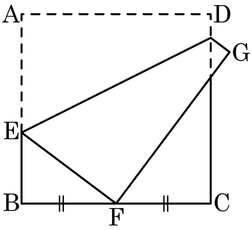
① + ③를 하면 $a^2+c^2+2l^2=4^2+8^2$

② + ④를 하면 $b^2+d^2+2l^2=6^2+x^2$

그런데, $a^2+c^2=b^2+d^2$ 이므로 $4^2+8^2=6^2+x^2$

$\therefore\ x=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$

10. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle$EBF 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{75}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{EF}} = 10 - x$ 이다.

$\triangle$EBF 에서

$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$

$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$

$20x = 75$

$\therefore\ x = \dfrac{15}{4}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{EBF} = \dfrac{1}{2} \times 5 \times \dfrac{15}{4} = \dfrac{75}{8}$

11. 한 정삼각형의 넓이가 $30\sqrt{3}$ 라고 한다면 높이는?

① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{10}$ ④ $5\sqrt{10}$ ⑤ $6\sqrt{10}$

해설

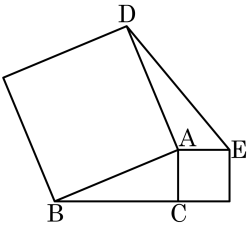
(정삼각형의 넓이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 30\sqrt{3}$

$a^2 = 120$

$a = 2\sqrt{30}$ 이므로 정삼각형의 높이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{30} = 3\sqrt{10}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 변의 길이가 각각 5, 12, 13인 직각삼각형 ABC의 두 변 AB, AC를 각각 한 변으로 하는 2개의 정사각형을 그렸을 때, $\overline{DE}^2$을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

점 D에서 $\overline{AE}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 F라 하면

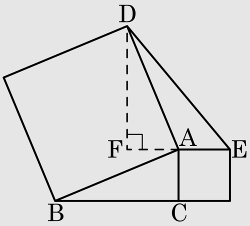
$\triangle ABC$와 $\triangle ADF$에서

$\angle ACB = \angle DFA = 90°$, $\overline{AD} = \overline{AB} = 13$, $\angle DAF = 90° - \angle FAB = \angle BAC$

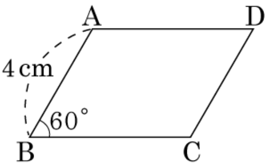
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle ADF$(RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{AF} = 5$, $\overline{DF} = 12$

따라서 $\triangle DEF$에서 피타고라스 정리에 의해서 $\overline{DE}^2 = (5+5)^2 + 12^2 = 244$이다.



13. 다음 사각형 ABCD 는 마름모이다. 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 이고, $\angle ABC = 60^\circ$ 일 때, 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $8\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

점 A 에서 수선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 H 라고 두면 $\overline{AB}$: $\overline{AH} = 2 : \sqrt{3} = 4 : x$, $x = 2\sqrt{3}$ 이다.

따라서 넓이는 $4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

14. 좌표평면 위의 두 점 A, B 의 좌표는 다음과 같다. 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때 알맞은 a 의 값을 모두 고르면?

$\mathrm{A}(3,\ 2a+2),\ \mathrm{B}(a+1,\ 2)$

① 1 ② -2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(3-a-1)^2+(2a+2-2)^2}$$
$$= \sqrt{(2-a)^2+(2a)^2} = \sqrt{5}$$

양변을 제곱하면 $(2-a)^2+4a^2=5$

$4-4a+a^2+4a^2=5$

$5a^2-4a-1=0$

$(a-1)(5a+1)=0$

따라서 $a=1$ 또는 $a=-\frac{1}{5}$ 이다.

15. 다음 중 좌표평면 위의 점 P(1, 1) 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 원의 내부에 있는 점의 좌표를 구하여라.

① A(2, 6) ② B(1, 4) ③ C(5, 1)

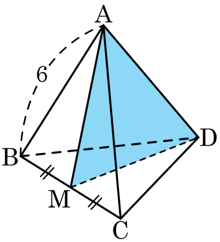
④ D(−2, −2) ⑤ E(3, $1+\sqrt{2}$)

해설

$\overline{PA} = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{26} > 3$, 점 A 는 원 외부에 있다.
$\overline{PB} = \sqrt{0^2+3^2} = \sqrt{9} = 3$, 점 B 는 원 위에 있다.
$\overline{PC} = \sqrt{4^2+0} = \sqrt{16} > 3$, 점 C 는 원 외부에 있다.
$\overline{PD} = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} > 3$, 점 D 는 원 외부에 있다.

$\overline{PE} = \sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} < 3$
따라서, 점 E 는 원의 내부에 있다.

16. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 A – BCD 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle$AMD 의 넓이는?



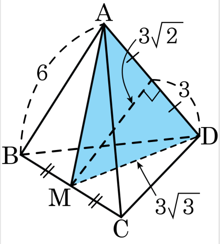
① 9 ② 10 ③ $9\sqrt{6}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

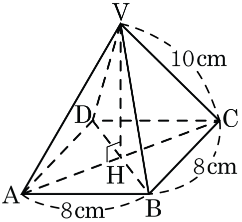
$\triangle$AMD 는 $\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형이고

$\triangle$AMD 의 높이는 $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.

$\therefore \triangle AMD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$



17. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 $10\,\mathrm{cm}$ 인 정사각뿔에서 $\triangle \mathrm{VHC}$ 의 넓이는?



① $3\sqrt{34}\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\sqrt{17}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $4\sqrt{34}\,\mathrm{cm}^2$

④ $20\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square\mathrm{ABCD}$ 가 정사각형이므로

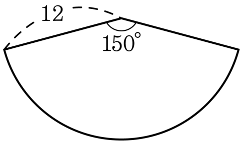
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{HC}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{VH}} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}(\mathrm{cm})$

$\triangle \mathrm{VHC}$ 의 넓이는 $S = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{17} = 4\sqrt{34}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 이고 중심각의 크기가 $150°$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{119}$

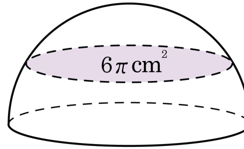
해설

밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면
(부채꼴의 호의 길이) = (밑면의 둘레의 길이)
이므로

$$2\pi \times 12 \times \frac{150°}{360°} = 2\pi \times r \qquad \therefore\ r = 5$$

(원뿔의 높이) $= \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}$

19. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



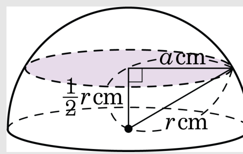
① $6\pi\text{ cm}^2$　② $12\pi\text{ cm}^2$　③ $18\pi\text{ cm}^2$

④ $24\pi\text{ cm}^2$　⑤ $30\pi\text{ cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{ cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\text{ cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$

$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\text{ cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

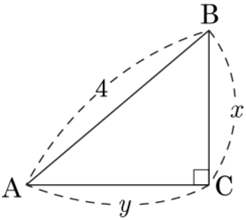
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ $+$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\text{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\text{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

20. $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $x+y$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)



① $\sqrt{2}+2$ ② $2\sqrt{2}-2$ ③ $4\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}-2$ ⑤ $5\sqrt{2}-2$

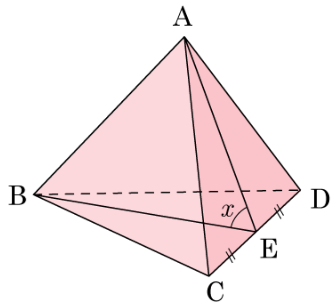
해설

$\sin A = \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

$y = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$

따라서 $x = 2\sqrt{2},\ y = 2\sqrt{2}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle \mathrm{AEB}$ 를 x 라고 할 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값이 $\dfrac{b\sqrt{2}}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{\mathrm{CE}}=2$ 이고 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H 는 $\triangle\mathrm{BCD}$ 의 무게중심이므로 $\overline{\mathrm{EH}}=\dfrac{1}{3}\overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{EB}}=2\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{EH}}=\dfrac{1}{3}\times 2\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, $\overline{\mathrm{AE}}=2\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{AH}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$$\sin x \times \cos x=\frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{2\sqrt{3}}\times\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{\frac{24\sqrt{2}}{9}}{12}=\frac{2\sqrt{2}}{9}$$ 이다.

$\therefore\ a+b=9+2=11$

22. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\tan 45° = \dfrac{1}{\tan 45°}$

② $\sin^2 30° + \cos^2 60° = \dfrac{1}{2}$

③ $\cos 30° + \cos 60° = \cos 90°$

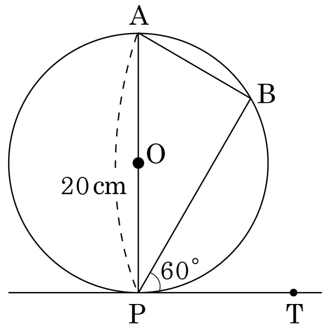
④ $\sin 45° = \cos 45° \times \tan 45°$

⑤ $\sin^2 30° + \cos^2 30° = 1$

해설

③ (좌변) $= \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}$, (우변) $= 0$

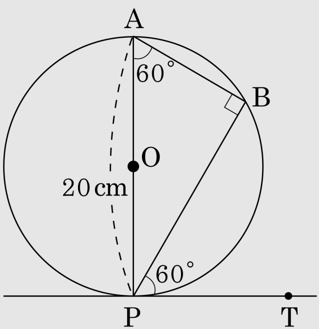
23. 다음 그림과 같이 $\overleftrightarrow{PT}$ 는 지름의 길이가 20cm 인 원 O 의 접선이다. $\angle BPT = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 3 cm　② 5 cm
③ 6 cm　④ 8 cm
⑤ 10 cm

해설

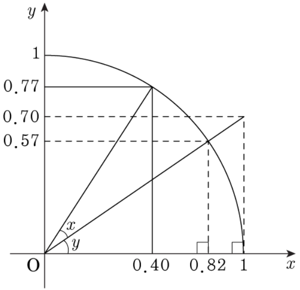
반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ABP = 90°$
직선 PT 가 원 O 의 접선이므로 $\angle BAP = \angle BPT = 60°$



$\triangle ABP$ 에서 $\cos 60° = \dfrac{\overline{AB}}{20} = \dfrac{1}{2}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} = 10(\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\sin(x+y)=0.77$

② $\sin y=0.82$

③ $\cos y=0.82$

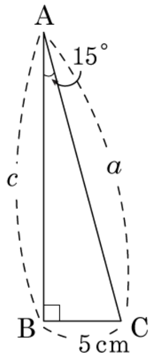
④ $\cos(x+y)=0.40$

⑤ $\tan y=0.70$

해설

② $\sin y=0.57$

25. 다음 그림에서 $13a+13c$ 를 구하여라.



각도	sin	cos
74°	0.96	0.28
75°	0.96	0.26
76°	0.97	0.24

▶ 답 :

▷ 정답 : $13a+13c=490$

해설

$\angle C = 75°$ 이므로 $\cos 75° = \frac{5}{a} = 0.26$, $\sin 75° = \frac{c}{a} = 0.96$ 이므로

$a = \frac{500}{26} = \frac{250}{13}$, $c = \frac{250}{13} \times \frac{96}{100} = \frac{240}{13}$ 이 성립한다.

따라서 $13a+13c = 250+240 = 490$ 이다.