

1. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낸 수로 올바른 것은?

① $-\sqrt{25} = 5$

② $-\sqrt{(-6)^2} = 6$

③ $(\sqrt{7})^2 = 7$

④ $-\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

① $-\sqrt{25} = -5$

② $-\sqrt{(-6)^2} = -6$

④ $-\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = -\frac{4}{3}$

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = 5$

2. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2}$ 를 간단히 하라.

▶ 답:

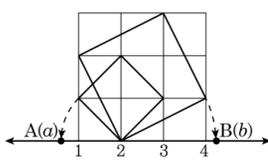
▷ 정답: 0

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $0 < 1-a < 1$ 이므로 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2} &= -(a-1) - (1-a) \\ &= -a+1-1+a=0\end{aligned}$$

3. 다음 그림을 보고 옳은 것을 고르면? (단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다.)



보기

- ㉠ A의 좌표는 $A(-\sqrt{2})$ 이다.
- ㉡ B의 좌표는 $B(2 + \sqrt{5})$ 이다.
- ㉢ a 는 수직선 A를 제외한 수직선 위의 다른 점에 한 번 더 대응한다.
- ㉣ a, b 사이에는 무수히 많은 실수가 존재한다.
- ㉤ a 와 b 는 유리수이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ A의 좌표는 $A(2 - \sqrt{2})$ 이다.
- ㉡ 모든 실수와 수직선 위의 점은 일대일로 대응하므로 a 는 수직선 A에만 대응한다.
- ㉣ a 와 b 는 무리수이다.

4. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서 $4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0$

$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서 $3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0$

$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서 $\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서 $3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0$

$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서 $\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} = \frac{7\sqrt{20}}{35} -$

$\frac{5\sqrt{42}}{35} = \frac{\sqrt{980} - \sqrt{1050}}{35} < 0$

$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$

5. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은?

① $\frac{3}{2}$

② $\sqrt{\frac{3}{2}}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

④ 1.6

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

② $\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1.5} < \sqrt{2}$

④ $\sqrt{(1.6)^2} = \sqrt{2.56} < \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{2\frac{7}{9}} < \sqrt{3}$

6. $6\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{x}$ 일 때, 양의 유리수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

해설

$$6\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{x}$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{24} \times \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{24}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 3$$

7. $\sqrt{0.08} = A\sqrt{2}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = \frac{1}{5}$

해설

$$\sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} = A\sqrt{2}$$

$$A\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\therefore A = \frac{1}{5}$$

8. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

9. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

10. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ 의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

| 수 | 0 | 1 | 2 |
|---|-------|-------|-------|
| 1 | 1,000 | 1,005 | 1,010 |
| 2 | 1,414 | 1,418 | 1,421 |
| 3 | 1,732 | 1,735 | 1,738 |
| 4 | 2 | 2,002 | 2,005 |
| 5 | 2,236 | 2,238 | 2,241 |

▶ 답:

▷ 정답: 0.0472

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) &= \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2.236}{5} - 0.4 \\ &= 0.4472 - 0.4 = 0.0472\end{aligned}$$

11. $\sqrt{3}+1$ 의 소수 부분을 a , $3-\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(x, y) = (a, b)$ 는 식 $\sqrt{3}(x+m)+ny-11=0$ 의 해이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m=5$

▷ 정답: $n=4$

해설

$$2 < \sqrt{3}+1 < 3 \text{ 이므로 } a = \sqrt{3}+1-2 = \sqrt{3}-1$$

$$1 < 3-\sqrt{3} < 2 \text{ 이므로 } b = 3-\sqrt{3}-1 = 2-\sqrt{3}$$

a, b 를 $\sqrt{3}(x+m)+ny-11=0$ 에 대입하면

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-1+m)+n(2-\sqrt{3})-11=0$$

$$\sqrt{3}(m-n-1)+2n-8=0$$

따라서 $m-n-1=0$, $2n-8=0$ 을 연립하면 $m=5$, $n=4$ 이다.

12. 다음 중 인수분해가 바르게 된 것은?

① $4a^2 - 2ab = 2a(a - b)$

② $x^2 + 20x - 100 = (x + 10)^2$

③ $-x^2 + 1 = (x + 1)(-x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 2)(x - 6)$

⑤ $10x^2 + 23x - 21 = (x + 3)(10x - 7)$

해설

① $4a^2 - 2ab = 2a(2a - b)$

③ $-x^2 + 1 = -(x + 1)(x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$

13. $6x^2 + 5x - a = (2x + b)(3x + 7)$ 가 성립할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -24 ② -18 ③ -10 ④ 18 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 + 5x - a &= (2x + b)(3x + 7) \\ &= 6x^2 + 14x + 3bx + 7b \\ &= 6x^2 + (14 + 3b)x + 7b \end{aligned}$$

$14 + 3b = 5, 7b = -a, b = -3, a = 21$
 $\therefore a - b = 21 - (-3) = 24$

14. $(x-2)x^2+3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수가 될 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x-2$

㉡ $x+5$

㉢ $x+2$

㉣ $x-5$

㉤ $(x-2)^2$

㉥ $(x+5)^2$

① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉥

⑤ ㉡, ㉤

해설

$$x-2 = A \text{ 로 치환하면}$$

$$(\text{준식}) = Ax^2 + 3Ax - 10A$$

$$= A(x^2 + 3x - 10)$$

$$= A(x+5)(x-2)$$

$$= (x-2)(x+5)(x-2)$$

$$= (x-2)^2(x+5)$$

15. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

16. $30 \left(\frac{2^2-1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2-1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2-1}{4^2} \right) \dots \left(\frac{10^2-1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \dots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \dots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

17. 다음 중 $x = \sqrt{2} - 3$ 일 때, $x^2 - 2x - 15$ 의 값은?

- ① $2 + 8\sqrt{2}$ ② $2 - 8\sqrt{2}$ ③ $-10 - 4\sqrt{2}$
④ $10 + 4\sqrt{2}$ ⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 15 &= (x - 5)(x + 3) \\&= (\sqrt{2} - 3 - 5)(\sqrt{2} - 3 + 3) \\&= (\sqrt{2} - 8)\sqrt{2} \\&= 2 - 8\sqrt{2}\end{aligned}$$

18. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

19. a 는 이차방정식 $2x^2 - 8x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 6x - 5 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 2b^2 - 4a + 12b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

$2x^2 - 8x - 7 = 0$ 의 한 근이 a 이므로 x 에 a 를 대입하면

$$2a^2 - 8a - 7 = 0, \quad a^2 - 4a = \frac{7}{2} \cdots \text{㉠}$$

$x^2 + 6x - 5 = 0$ 의 한 근이 b 이므로 x 에 b 를 대입하면 $b^2 + 6b - 5 =$

$$0, \quad b^2 + 6b = 5 \cdots \text{㉡}$$

주어진 식을 변형하면

$$\begin{aligned} a^2 + 2b^2 - 4a + 12b &= a^2 - 4a + 2b^2 + 12b \\ &= (a^2 - 4a) + 2(b^2 + 6b) \\ &= \frac{27}{2} \text{이다.} \end{aligned}$$

20. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 x^2 + 6x &= \text{㉠} \\
 x^2 + 6x + \text{㉡} &= \text{㉠} + \text{㉡} \\
 (x + \text{㉢}) &= \text{㉣} \\
 x + \text{㉢} &= \pm \sqrt{\text{㉤}} \\
 \therefore x &= \text{㉥}
 \end{aligned}$$

- ① ㉠ : -3 ② ㉡ : 9 ③ ㉢ : 3
 ④ ㉣ : 6 ⑤ ㉤ : $\pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}
 x^2 + 6x &= -3 \\
 \text{좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면} \\
 x^2 + 6x + 9 &= -3 + 9 \\
 (x + 3)^2 &= 6 \\
 x + 3 &= \pm \sqrt{6} \\
 \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6} \\
 \text{따라서 ㉤의 연결이 옳지 않다.}
 \end{aligned}$$

21. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 5 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다.

$A - B$ 의 값은?

- ① 16 ② -16 ③ 12 ④ -12 ⑤ -10

해설

$$2x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 + 10}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$A = 3, B = 19$$

$$\therefore A - B = 3 - 19 = -16$$

22. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

- ① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

23. 이차방정식 $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 p, q 라고 할 때 $p^2 + q^2 = 11$ 을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$p + q = a, pq = -a + 2$$

$$p^2 + q^2 = 11$$

$$(p + q)^2 - 2pq = 11$$

$$a^2 - 2(-a + 2) = 11$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a + 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -5, 3$$

한편, $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로

$$D = (-a)^2 - 4(-a + 2) > 0 \text{ 이다.}$$

$a^2 + 4a - 8 > 0$ 이어야 하는데 -5 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.

$$\therefore a = 3$$

24. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + n^2 + x + nx = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 하고,
 $S(n) = \frac{1}{(p_2+1)(q_2+1)} + \frac{1}{(p_3+1)(q_3+1)} + \cdots + \frac{1}{(p_n+1)(q_n+1)}$
 이라고 할 때, $S(30) - S(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{10}$

해설

$$x^2 + (1+n)x + n^2 = 0$$

$$p_n + q_n = -(n+1)$$

$$p_n q_n = n^2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p_n+1)(q_n+1)} &= \frac{1}{p_n q_n + p_n + q_n + 1} \\ &= \frac{1}{n^2 - n} \\ &= \frac{n(n-1)}{1} \\ &= \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore S(n) &= \frac{1}{(p_2+1)(q_2+1)} + \frac{1}{(p_3+1)(q_3+1)} \\ &\quad + \cdots + \frac{1}{(p_n+1)(q_n+1)} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ &\quad + \cdots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \\ &= 1 - \frac{1}{n} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } S(30) - S(3) = 1 - \frac{1}{30} - \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \text{ 이다.}$$

25. 이차방정식 $6x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식의 일차항의 계수는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $-\frac{1}{36}$

해설

두 근의 합은 $-\frac{1}{6}$, 두 근의 곱은 $-\frac{1}{6}$

$-\frac{1}{6}$ 을 중근으로 갖는 이차방정식이므로

$$\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = 0$$

따라서 일차항의 계수는 $\frac{1}{3}$ 이다.