

1. 실수의 집합에서 실수의 집합으로의 함수  $f(x)$ 가 다음과 같이 주어질 때  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$  를 차례대로 구하여라.

$$f(x) = 2x + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

다음 요령에 따르면 된다.

$$f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1, f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3, f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$



3.  $3x = 2y$  일 때,  $\frac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$  의 값은?

①  $\frac{15}{7}$

②  $\frac{17}{8}$

③  $\frac{19}{9}$

④  $\frac{21}{10}$

⑤  $\frac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

4.  $1 < a < 4$  일 때,  $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

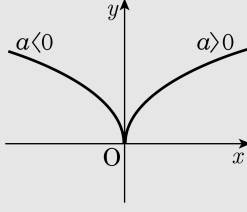
$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a + 4 + a - 1 = 3 \end{aligned}$$

5. 무리함수  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은  $\{x \mid x \geq 0\}$  이다.
- ② 치역은  $\{y \mid y \geq 0\}$  이다.
- ③  $y = -\sqrt{ax}$  와  $x$  축에 대하여 대칭이다.
- ④  $y = \sqrt{-ax}$  와  $y$  축에 대하여 대칭이다.
- ⑤  $a > 0$  이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

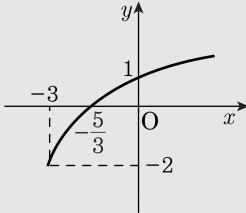
$a > 0$  일 때와  $a < 0$  일 때의  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.  
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수 있다.  
그러나  $a > 0$  일 때의 정의역은  $\{x \mid x \geq 0\}$   
 $a < 0$  일 때의 정의역은  $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로  
①은 틀린 것이다.



6. 무리함수  $y = \sqrt{9+3x}-2$  에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?
- ① 그래프는  $x$  축과 점  $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$  에서 만난다.
  - ② 정의역은  $\{x|x \leq -3\}$  이다.
  - ③ 치역은  $\{y|y \geq -1\}$  이다.
  - ④ 그래프를 평행이동하면  $y = -\sqrt{3x}$  의 그래프와 겹칠 수 있다.
  - ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

- ①  $y = \sqrt{9+3x}-2$  에  $x = \frac{5}{3}$  를 대입하면  
 $y = \sqrt{14}-2$   
따라서, 점  $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$  를 지난다.
- ②  $9+3x \geq 0$  에서  $x \geq -3$   
따라서, 정의역은  $\{x|x \geq -3\}$  이다.
- ③  $\sqrt{9+3x} \geq 0$  이므로 치역은  
 $\{y|y \geq -2\}$  이다.
- ④  $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$  이므로  
 $y = \sqrt{3x}$  의 그래프를  
 $x$  축의 방향으로  $-3$  만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 것이다.
- ⑤  $y = \sqrt{9+3x}-2$  의 그래프는  
그림과 같으므로  
제4 사분면을 지나지 않는다.



7. 함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

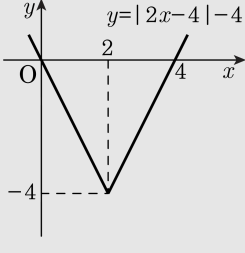
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$  의 그래프는  
 $y = |2x|$  의 그래프를  
 $x$  축의 방향으로 2 만큼,  
 $y$  축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한  
것이므로  
다음 그림과 같다.

따라서 주어진 함수의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



8.  $2x - y + z = 0$ ,  $x - 2y + 3z = 0$  일 때,  $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$  의 값을 구하면  $\frac{n}{m}$  이다. 이때,  $m + n$  의 값을 구하여라. (단,  $m, n$  은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서  $x = k$  라 하면  $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

9.  $0 \leq a < 2$  이고  $x = \frac{4a}{a^2 + 4}$  일 때  
 $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$1+x = 1 + \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2+4a+4}{a^2+4} = \frac{(a+2)^2}{a^2+4}$$

$$1-x = 1 - \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2-4a+4}{a^2+4} = \frac{(a-2)^2}{a^2+4}$$

$a^2+4 > 0$  이고  $0 < a < 2$  이므로

$a+2 > 0$ ,  $a-2 < 0$

$$\therefore \sqrt{1+x} = \sqrt{\frac{(a+2)^2}{a^2+4}} = \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\sqrt{1-x} = \sqrt{\frac{(a-2)^2}{a^2+4}} = \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} &= \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}} + \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{a^2+4}} \end{aligned}$$

$\therefore a=0$  일 때 최댓값 2

10. 다음 그래프 중 평행이동에 의하여  $y = \frac{1}{x}$  의 그래프와 겹쳐지는 것은?

①  $y = \frac{x+1}{x-1}$

②  $y = \frac{x}{x-1}$

③  $y = \frac{x-2}{x-1}$

④  $y = \frac{-x}{x-1}$

⑤  $y = \frac{x+3}{x+1}$

해설

$y = \frac{1}{x}$  과 겹쳐지는 함수는  $y = \frac{1}{x-a} + b$  의

꼴로 된 것이다.

$$\therefore \textcircled{2} y = \frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$$

11. 함수  $y = \frac{ax+b}{2x+c}$  가 점 (1,2) 를 지나고 점근선이  $x = 2, y = 1$  일 때,  
 $a + b + c$  의 값은?

① -8      ② -6      ③ -4      ④ -2      ⑤ 0

해설

점근선이  $x = 2, y = 1$  이므로

$$y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{k}{x-2} + 1$$

또 점 (1,2)를 지나므로

$$2 = \frac{k}{1-2} + 1 \quad \therefore k = -1$$

$$\therefore y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{-1}{x-2} + 1 = \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-6}{2x-4}$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = -4$$

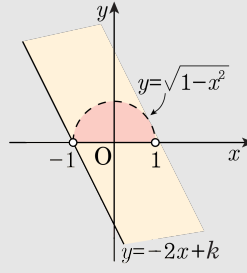
$$\therefore a + b + c = -8$$

12.  $A = \{(x, y) \mid 0 \leq y < \sqrt{1-x^2}\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid 2x+y > k\}$ 에서  $A \cap B = A$ 가 되게 하는  $k$ 의 범위를 구하면?

- ①  $k \leq -2$                       ②  $k < -2$                       ③  $k > -2$   
 ④  $k \geq -2$                       ⑤  $k \neq -2$

해설

$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$  이므로  
 그림을 그려 부등식의 영역으로 표시하면  
 집합  $B$ 에서  $y > -2x + k$  이므로  
 점  $(-1, 0)$ 를 지날 때,  $k = -2$ 이다.  
 따라서,  $A \subset B$  이려면  $k \leq -2$



13. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$  에서 집합  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  로의 함수  $f$  가 일대일 함수이다.  $f$  중에서 임의의  $x$  에 대하여  $f(x) \neq x$  인 것의 개수는?

① 14 개    ② 18 개    ③ 20 개    ④ 24 개    ⑤ 27 개

해설

일대일 대응 함수는

$f(1)$  : 4 가지

$f(2)$  : 3 가지

$f(3)$  : 2 가지

$\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24$  (가지)

그런데  $f(3) = 3$  인 것이 6 가지 이므로

$f(x) \neq x$  인 것은

$\therefore 24 - 6 = 18$  (가지)

14. 함수  $f(x) = x+2$  에 대하여  $f \circ f = f^2$ ,  $f \circ f^2 = f^3, \dots, f \circ f^{99} = f^{100}$  으로 정의할 때,  $f^{100}(1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$f(x) = x + 2$$

$$\begin{aligned} f^2(x) &= f(f(x)) = f(x+2) = (x+2) + 2 \\ &= x + 2 \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^3(x) &= f(f^2(x)) = f(x+2 \cdot 2) = (x+2 \cdot 2) + 2 \\ &= x + 2 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$\vdots$$

$$f^{100}(x) = x + 2 \cdot 100$$

$$\therefore f^{100}(1) = 1 + 2 \cdot 100 = 201$$

15. 세 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  가  $(f \circ g)(x) = 2x - 3, h(x) = 2x + 1$  을 만족할 때,  $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3)$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(f \circ g)^{-1}(3) = a \text{ 로 놓으면 } (f \circ g)(a) = 3$$

$$2a - 3 = 3 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\therefore (f \circ g)^{-1}(3) = 3$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = (h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1})(3) = h^{-1}((f \circ g)^{-1}(3)) = h^{-1}(3)$$

$$h^{-1}(3) = b \text{ 놓으면 } h(b) = 3$$

$$2b + 1 = 3$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = h^{-1}(3) = 1$$

16. 분수함수  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  의 그래프와  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- I.  $f(0) = g(0) = -1$
- II.  $y = f(x)$  의 그래프와  $y = g(x)$  의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.
- III.  $y = f(x-1)$  의 그래프와  $y = g(x+1)$  의 그래프의 점근선은 같다.

- ① I
- ② I, II
- ③ I, III
- ④ II, III
- ⑤ I, II, III

해설

- I.  $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$   
 $\therefore f(0) = g(0) = -1$  -<참>
- II.  $y = f(x)$  의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은  $y = f(-x)$  이므로  
 $y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$   
 $= \frac{x+1}{x-1}$   
 $= \frac{1}{f(x)}$   
 $= g(x)$  -<참>
- III.  $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$   
따라서, 점근선은  $x = 0, y = 1$   
 $y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$   
따라서 점근선은  $x = 0, y = 1$  -<참>  
따라서 옳은 것은 ( I ), ( II ), ( III ) 이다.

17.  $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$  일 때  $f^{1999}(0)$  의 값은? ( 단  $f^2(x) = (f \circ f)(x), \dots, f^{n+1}(x) = (f \circ f^n)(x)$  )

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} f(0) &= 3, \\ f^2(0) &= \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}, f^3(0) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \\ \therefore f^{3n}(0) &= 0 \\ 1999 &= 666 \times 3 + 1 \\ \therefore f^{1999}(0) &= f(0) = 3 \end{aligned}$$

18. 임의의 양의 실수  $x$ 에 대하여,  $x$ 를 넘지 않는소수의 개수를  $f(x)$ 라 하자. 예를 들면  $f\left(\frac{5}{2}\right) = 1, f(5) = 3$  이다.<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

<보기>

- ㉠  $f(10) = 4$
- ㉡ 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) < x$  이다.
- ㉢ 임의의 양의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+1) = f(x)$  이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

10 이하의 소수는 2,3,5,7 이므로  $f(10) = 4$   
㉡  $f(x) < [x] \leq x$  이므로  $f(x) < x$   
㉢  $x = 2$ 인 경우  $f(3) = 2, f(2) = 1$  이므로  $f(3) \neq f(2)$   
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

19. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$  에 대하여  $g(x) = f(x-2)$  라할 때,  $g^{-1}(9)$  의 값은? (단,  $g^{-1}(x)$  는  $g(x)$  의 역함수)

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

$g(x) = f(x-2)$  이므로

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & (x \geq 2) \\ x-2 & (x < 2) \end{cases}$$

$g^{-1}(9) = k$  라 하면  $g(k) = 9$

$k \geq 2$  일 때,  $(k-2)^2 = 9$  에서  $k = 5$

$k < 2$  일 때,  $k-2 = 9$  를 만족하는  $k$  가 없다.

$\therefore g^{-1}(9) = 5$

20.  $\sqrt{x+2} = x+k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 때 실수  $k$ 의 값의 범위는? (단,  $k$ 는 상수)

- ①  $2 < k < \frac{9}{4}$ 
 ②  $2 \leq k < \frac{9}{4}$ 
 ③  $k > \frac{9}{4}$
- ④  $k < 2$ 
 ⑤  $2 < k \leq \frac{9}{4}$

해설

$y = \sqrt{x+2} \dots\dots\dots ①$   
 $y = x+k \dots\dots\dots ②$  라 하면  
 그림에서 ②의 그래프는 기울기가 1이고  $k$  값의 변화에 따라 달라진다.  
 그런데 곡선 ①과 직선 ②가 서로 접하는 경우는  
 $\sqrt{x+2} = x+k \rightarrow x+2 = (x+k)^2 \rightarrow x^2+2kx+k^2-x-2=0$   
 $\rightarrow x^2+(2k-1)x+k^2-2=0 \dots\dots\dots ③$   
 ①, ②가 서로 접하려면 ③의  $D=0$  이어야 한다.  
 $\therefore (2k-1)^2-4(k^2-2)=0, 4k^2-4k+1-4k^2+8=0$   
 $-4k+9=0, 4k=9$   
 $\therefore k=\frac{9}{4}$   
 또 직선 ②가  $(-2, 0)$  을 지날 경우  
 $0=-2+k$   
 $\therefore k=2$   
 따라서 구하는  $k$ 의 범위는  $2 \leq k < \frac{9}{4}$