

1. $x^2 - 9y^2 + 4x + 12y$ 를 인수분해하면 $(Ax + By)(Cx + Dy + 4)$ 가 된다고 한다. $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x - 3y)(x + 3y) + 4(x + 3y) \\ &= (x + 3y)(x - 3y + 4) \\ \therefore A + B + C + D &= 1 + 3 + 1 - 3 = 2\end{aligned}$$

2. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 - 1 & \xrightarrow{\text{㉠}} \\ = (x+y)^2 - 1 & \xleftarrow{\text{㉡}} \\ = (x+y+1)(x+y-1) & \xleftarrow{\text{㉡}} \end{aligned}$$

보기

- (가) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
 (나) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
 (다) $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
 (라) $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

- ① (가), (나) ② (나), (가) ③ (가), (다)
 ④ (다), (가) ⑤ (가), (라)

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 - 1 \\ = (x+y)^2 - 1 \rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \text{ 이용} \\ = (x+y+1)(x+y-1) \rightarrow (a^2 - b^2) = (a+b)(a-b) \end{aligned}$$

3. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x-2)(ax+by+c)$ 이다.
 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=5$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy - x - 6y - 2 \text{ 를 } x \text{ 에 관해 정리하면} \\ & x^2 + (3y-1)x - 2(3y+1) = (x-2)(x+3y+1) \\ \therefore & a=1, b=3, c=1 \\ \therefore & a+b+c=5 \end{aligned}$$

4. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$$11^2 - 13^2 + 15^2 - 17^2 + 19^2 - 21^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -192

해설

$$\begin{aligned} & \text{(준식)} \\ & = (11 - 13)(11 + 13) + (15 - 17)(15 + 17) + \\ & (19 - 21)(19 + 21) \\ & = -2(24 + 32 + 40) \\ & = -192 \end{aligned}$$

5. $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 일 때, $4x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{\sqrt{3}+1}{2} \rightarrow 2x-1 = \sqrt{3} \text{이므로} \\4x^2 - 4x + 1 &= (2x-1)^2 \\&= (\sqrt{3})^2 = 3\end{aligned}$$

6. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

- ① $\pm\sqrt{5}$ ② ± 4 ③ ± 1 ④ 2 ⑤ -4

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = 1 \times (\pm\sqrt{5}) = \pm\sqrt{5}$$

7. $a-b=3ab$ 일 때, $\frac{3a^2b-3ab^2-7a^2b^2}{a^2-2ab+b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$, $a \neq b$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{ab(3a-3b-7ab)}{(a-b)^2} \\ &= \frac{ab\{3(a-b)-7ab\}}{(a-b)^2} \\ &= \frac{ab(9ab-7ab)}{(3ab)^2} \\ &= \frac{2a^2b^2}{9a^2b^2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

8. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2 \\ &= x^2(x+2) - 3y(x+2) + x + 2 \\ &= (x+2)(x^2 - 3y + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=2$ 이므로
 $a+b=3$ 이다.

9. 이차방정식 $(3x-4)^2 - 2(x-3)^2 = 0$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}(3x-4)^2 - 2(x-3)^2 &= 0 \\ 9x^2 - 24x + 16 - 2x^2 + 12x - 18 &= 0 \\ 7x^2 - 12x - 2 &= 0 \\ \therefore a = 7, b = -12, c = -2 \\ \therefore ac - b &= -14 + 12 = -2\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 3, x = -2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+2) &= x^2 - x - 6 \\ &= x^2 + ax + b = 0\end{aligned}$$

$$a = -1, b = -6$$

$$\therefore a + b = -7$$

11. $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, b 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -5$

▷ 정답: $b = 4$

해설

$1^2 + a + 4 = 0$ 이므로 $a = -5$

즉, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이므로 $(x - 1)(x - 4) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 $b = 4$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 + x + 3k = 0 (k \neq 0)$ 의 한 근이 k 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 식에 k 를 대입하면

$$k^2 + k + 3k = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k + 4) = 0$$

$$\therefore k = -4 (k \neq 0)$$

13. 이차방정식 $(x-6)(2x-1) = 0$ 의 해는?

- ① $x = 6$ 또는 $x = \frac{1}{2}$ ② $x = -6$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$
③ $x = 6$ 또는 $x = 1$ ④ $x = -6$ 또는 $x = -1$
⑤ $x = 1$ 또는 $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} \text{① } & x-6=0 \text{ 또는 } 2x-1=0 \\ \therefore & x=6 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2} \end{aligned}$$

14. $x^2 + 2x - 63 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -9$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$(x + 9)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 7$$

15. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = 29$

해설

한 근이 2이므로 $x = 2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m = 1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ } (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합)}$$

ii) $m = -6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{4}{5} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a = 24, b = 5$$

$$\therefore a + b = 15 + 2 = 29$$

16. $f(x) = x(x-5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}x(x-5) + 4 &= 0 \\x^2 - 5x + 4 &= 0 \\(x-1)(x-4) &= 0 \\ \therefore x &= 1 \text{ 또는 } x = 4\end{aligned}$$

17. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 25 - 2 + 5 = 28 \end{aligned}$$

18. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도

근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

19. 이차방정식 $(x+5)(m-x) = n$ 이 증근 $x = -3$ 을 가질 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + (5-m)x - 5m + n = 0$ 과 $(x+3)^2 = 0$ 에서
 $(x+3)^2 = 0$ 을 전개한 후, x 의 계수와 상수항을 비교해 보면
 $5-m = 6, m = -1$
 $-5m + n = 9, n = 4$
 $\therefore m+n = 3$

20. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 6x = m, (x - 5)^2 = n$$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x^2 - 6x - m = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x - 3)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -m = 9, m = -9$$

$(x - 5)^2 = n$ 이 중근을 가지려면 $n = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore n - m = 0 - (-9) = 9$$