

1. $(3x - 5)(2x + 3) = Ax^2 + Bx + C$ 에서 상수 A, B, C 의 합 $A + B + C$ 의 값은?

① -12 ② -11 ③ -10 ④ -9 ⑤ -8

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 5)(2x + 3) \\ &= 6x^2 + 9x + (-10x) + (-15) \\ &= 6x^2 - x - 15 \\ \therefore A + B + C &= 6 + (-1) + (-15) = -10 \end{aligned}$$

2. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$ 을 간단히 하면?

① $x^2 - 1$

② $x^4 - 1$

③ $x^8 - 1$

④ $x^{16} - 1$

⑤ $x^{32} - 1$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1) &= (x^4-1)(x^4+1) \\ &= x^8-1\end{aligned}$$

3. 다음 식의 전개할 때 x 의 계수가 가장 큰 것은?

① $(x+4)^2$

② $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $(3x+1)^2$

④ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

⑤ $(3x+5)(2x-7)$

해설

① $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

② $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$

③ $(3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

④ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{9}$

⑤ $(3x+5)(2x-7)$

$= 6x^2 - 21x + 10x - 35$

$= 6x^2 - 11x - 35$

따라서 x 의 계수가 가장 큰 것은 ①이다.

4. 102×98 을 계산할 때, 곱셈 공식을 이용하려고 한다. 다음 중 가장 적당한 것은?

① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

해설

$$(100 + 2)(100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 9996$$

5. $A = 3x - 2y$, $B = 2x + y$ 일 때, $2(3A - 2B) - 3(2A - B)$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x + y$

② $-2x - y$

③ $5x - y$

④ $3x - y$

⑤ $x - 3y$

해설

$2(3A - 2B) - 3(2A - B) = 6A - 4B - 6A + 3B = -B$
따라서 $B = 2x + y$ 를 대입하면 $-B = -2x - y$ 이다.

6. $\frac{4x+5y}{3x-5y} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(x+1)-2y-2$ 를 y 에 관한 식으로 나타내면?

① $-5x+1$

② $-5y-1$

③ $-5y+2$

④ $5y+1$

⑤ $-5y-2$

해설

$$8x+10y=3x-5y$$

$$5x=-15y \therefore x=-3y$$

$$\therefore (x+1)-2y-2=-3y-2y-1=-5y-1$$

7. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$2x + 6 = 12, \quad 2x + y = 12$$

$$y = 6, x = 3$$

$$\therefore x - y = 3 - 6 = -3$$

8. $a = 3$ 일 때, $(a^a)^{(a^a)} = 3^x$ 이다. x 의 값은?

① 3

② 9

③ 27

④ 81

⑤ 243

해설

$a = 3$ 을 대입하면

$$(3^3)^{(3^3)} = (3^3)^{27} = 3^{81}$$

$$\therefore x = 81$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

10. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A , B 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{4606}{B^2}A^3$

② $\frac{4607}{B^2}A^3$

③ $\frac{4608}{B^2}A^3$

④ $\frac{4609}{B^2}A^3$

⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$$

$$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{3}} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

11. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

12. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A

를 구하여라. (단, $y > x$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $y - x$

해설

$$\begin{aligned} x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\ &= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} \end{aligned}$$

$$\therefore A = y - x$$

13. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\begin{aligned} &2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2^{10}(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10) \\ &= 2^{10}(2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1) \\ &a = 18, \ b = 4, \ c = 2, \ d = 1 \\ &\therefore a + b + c + d = 25 \end{aligned}$$

14. 다음 보기 중 계산 결과가 옳은 것은 모든 몇 개인가?

보기

- ㉠ $x \times (-2x^2)^2 = 4x^5$
- ㉡ $(2x)^2 \times (3x)^2 = 12x^4$
- ㉢ $(-6xy^3) \times \frac{2}{3}x^2y = -4x^3y^4$
- ㉤ $-3^2x \times 4y = -36xy$
- ㉥ $\frac{2}{3}x^2yz \times \frac{3}{2}xyz^2 = x^3y^2z^3$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉡ $(2x)^2 \times (3x)^2 = 4x^2 \times 9x^2 = 36x^4$

15. $\left(\frac{1}{2}xy^2z\right)^2 \times \frac{4x^3y^2}{3} \div \left(-\frac{xy^2z}{3}\right) = ax^by^cz$ 에서 $a - b^2 + \frac{3}{2}c$ 의 값은?

① -5

② -7

③ -11

④ -13

⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}x^2y^4z^2 \times \frac{4x^3y^2}{3} \times \frac{-3}{xy^2z} \\ &= -x^{2+3-1}y^{4+2-2}z^{2-1} \\ &= -x^4y^4z \\ &\therefore a = -1, b = 4, c = 4 \\ &\therefore a - b^2 + \frac{3}{2}c = -1 - 16 + 6 = -11 \end{aligned}$$

16. $-16x^2y^3 \times \square \div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$

② $2xy^2$

③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$

⑤ $-2xy$

해설

$$-2xy \times \square = -4x^3y^2$$

$$\square = 2x^2y$$

17. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\left| \begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix} \right|$ 를 $ad - bc$ 로 정의

한다.

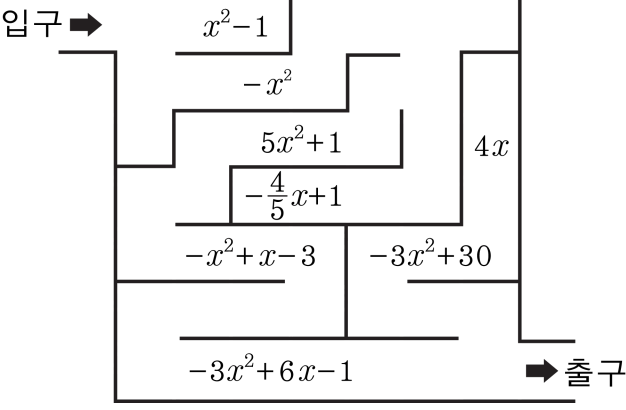
이때, $\left| \begin{smallmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right|$ 은?

- ① $x - \frac{5}{2}y - 3$
- ② $x - \frac{3}{2}y - 2$
- ③ $x + \frac{3}{2}y - 1$
- ④ $-x + \frac{5}{2}y$
- ⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} &(x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x+y-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x+y-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}y-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2} \\ &= -x+\frac{5}{2}y \end{aligned}$$

18. 수학랜드로 여행을 떠난 강국이는 이차식 방에 도착하였다. 강국이는 한 번 지나간 길은 되돌아가지 않고 이 방을 통과하였을 때, 지나간 길에 쓰여 있던 이차식을 모두 더하여라.

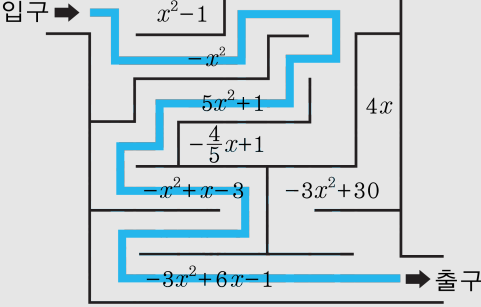


▶ 답 :

▷ 정답 : $7x-3$

해설

강국이가 지나간 길을 표시하면 다음과 같다.



지나간 길의 식들을 모두 나열하면

$-x^2, 5x^2+1, -x^2+x-3, -3x^2+6x-1$ 이다.

이차식을 모두 더하면 $-x^2+5x^2+1-x^2+x-3-3x^2+6x-1 = 7x-3$

19. 어떤 수 a 에 $-\frac{7}{3}$ 을 나누어야 할 것을 잘못해서 곱했더니 $\frac{14}{15}$ 이 되었다. 이때, 바르게 계산된 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{35}$

해설

$$a \times \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{14}{15} \therefore a = \frac{14}{15} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{2}{5}$$

$$\text{바르게 계산된 값은 } \left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(-\frac{7}{3}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{6}{35}$$

20. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?

① -9

② -8

③ -6

④ -5

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5\end{aligned}$$

21. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx+8 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8$ 이므로 $A+B=C, AB=8$ 이다.

따라서 $C = (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6)$ 이다.

22. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \\ & 2y - 4z = A \text{로 치환하면} \\ & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \\ & A = 2y - 4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2 + 16 + (-4) = 14 \end{aligned}$$

23. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3$

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$$
$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = x^{6-m} \times y^{3-2m}$$
$$6-m = n, \quad 3-2m = -3$$
$$-2m = -6, \quad \therefore m = 3$$
$$n = 6-3 = 3, \quad \therefore n = 3$$
$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = 64m^4n^6 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = -4mn$$
$$m = 3, \quad n = 3 \text{ 이므로, } -4mn = -4 \times 3 \times 3 = -36$$

24. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면 $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$

25. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a + 2b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \ 42 \ 70} \\ 7 \overline{) 14 \ 21 \ 35} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

28 , 42 , 70 의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, \ b = 3, \ c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

26. $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$3, 3^2, 3^3, 3^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는
 $3, 9, 7, 1, \dots$ 과 같이 반복되고,
 $7, 7^2, 7^3, 7^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는
 $7, 9, 3, 1, \dots$ 과 같이 반복된다.
 $2009 = 4 \times 502 + 1$ 이므로 3^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 3 을
10 으로 나눈 나머지 3과 같고,
 7^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 7 을 10 으로 나눈 나머지 7 과
같다.
따라서 $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나누면 $3 + 7 = 10$ 에서 나머지는
0 이다.

27. $2y^2 - \{-y(y-4) + 4\}$ 를 간단히 한 식에서 2 차항의 계수를 a , 1 차항의 계수를 b , 상수항을 c 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \text{(준식)} \\ &= 2y^2 - (-y^2 + 4y + 4) \\ &= 3y^2 - 4y - 4 \\ &\therefore a + b - c = 3 - 4 - (-4) = 3 \end{aligned}$$

28. $x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x - 6)(x + 1)$ 로 나눈 나머지가 $x + 1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -7$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x - 6)(x + 1)$ 로 나눈 몫을 $x + p$ 라 하면

$$\begin{aligned} &x^3 + ax^2 + bx + 13 \\ &= (x - 6)(x + 1)(x + p) + x + 1 \\ &= x^3 + (p - 5)x^2 + (-5p - 5)x - 6p + 1 \end{aligned}$$

계수를 비교해보면

$$a = p - 5$$

$$b = -5p - 5$$

$$13 = -6p + 1 \text{ 에서 } p = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -7, b = 5$$

29. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x > 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$, $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} ,$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} ,$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} (\because x > 1)$$

30. $a\%$ 의 설탕물 x g에 y g의 물을 더 부어 $b\%$ 의 설탕물이 되었다. y 를 a, b, x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x + y)}{100}$$

$$ax = b(x + y)$$

$$x + y = \frac{ax}{b}$$

$$\therefore y = \frac{ax}{b} - x$$