1. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$z = 2(k-i)-k(1+i)^2$

$= 2k-2i-2ki$

$= 2k-(2+2k)i$

허수 부분이 0이려면 $2+2k=0$ 이어야 한다.

따라서 $k=-1$

2. x, y가 실수일 때, $(1+i)x+(1-i)y=\dfrac{2-i}{1+i}$을 만족하는 x, y 의 값은?

① $x=-\dfrac{1}{2}, y=1$ ② $x=\dfrac{1}{2}, y=1$ ③ $x=1, y=-\dfrac{1}{2}$
④ $x=1, y=1$ ⑤ $x=1, y=\dfrac{1}{2}$

해설

$(x+y)+(x-y)i=\dfrac{2-i}{1+i}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$

$\Rightarrow \quad x+y=\dfrac{1}{2}, \quad x-y=-\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow \quad x=-\dfrac{1}{2}, \quad y=1$

3. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: $x+y=-1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$1-2i = x+yi$

$x=1, y=-2, x+y=-1$

4. $x = 2009,\ y = 7440$ 일 때, $\dfrac{x+yi}{y-xi} + \dfrac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

주어진 식을 정리하면

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$

$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2 i - x^2 i + xy} = 0$$

따라서 구하는 값은 0

5. 복소수 $z = 1 - i$ 라고 할 때, $wz + 1 = \overline{w}$ 를 만족하는 복소수 w 의 실수부분을 구하면? (단, $\overline{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① -2 ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$w = a + bi$ 라 하면

$(a + bi)(1 - i) + 1 = a - ai + bi + b + 1$

$= (a + b + 1) - (a - b)i$

$= a - bi$ 에서

$a + b + 1 = a$, $\therefore\ b + 1 = 0$ 이므로 $b = -1$

$a - b = b$ 이므로 $a + 1 = -1$ 에서 $a = -2$

따라서 w 의 실수부분은 -2

6. 복소수 z의 켤레복소수 $\bar{z}$라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$을 만족하는 복소수 z를 구하면?

① $z=2-3i$ ② $z=4-3i$ ③ $z=6-3i$

④ $z=2+3i$ ⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$라 하면

$$(\text{준식}) = (1+2i)(a+bi)+3(2-a+bi)$$
$$= (6-2a-2b)+(2a+4b)i$$

$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$

$\therefore a=6, b=-3$

$\therefore z=6-3i$

7. x에 대한 이차방정식 $(m+3)x^2-4mx+2m-1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 m의 값의 합은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로

$\frac{D}{4}=(-2m)^2-(m+3)(2m-1)=0$

$4m^2-(2m^2+5m-3)=0$

$2m^2-5m+3=0$

$(m-1)(2m-3)=0$

$\therefore m=1$ 또는 $\frac{3}{2}$

$\therefore 1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$

8. 이차방정식 $x^2+2x+k-3=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k의 최대값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.
$D' = 1^2-(k-3) > 0$
$\therefore\ k < 4$
∴최댓값은 3 ($\because$ k는 정수)

9. x에 대한 이차식 $2x^2+(k+1)x+k-1$이 완전제곱식이 될 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$2x^2+(k+1)x+k-1$이 완전제곱식이므로
$D=(k+1)^2-8(k-1)=0$
$(k-3)^2=0$
$\therefore\ k=3$

10. 이차식 x^2+2x+4 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

② $(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3})$

③ $(x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

④ $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

⑤ $(x-1-\sqrt{2}i)(x-1+\sqrt{2}i)$

해설

$x^2+2x+4=0$ 의 해를 구하면

$x=-1\pm\sqrt{1-4}=-1\pm\sqrt{3}i$

$\therefore x^2+2x+4$

$=\left\{x-(-1+3\sqrt{i}\right\}\left\{x-(-1-\sqrt{3}i)\right\}$

$=(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

11. x에 대한 방정식 $(a-2)(x-a)=0$의 풀이 과정에서 다음 중 옳은 것은?

① $a=0$일 때, $x=2$　　② $a\neq 2$ 일 때, $x=a$

③ $a=2$일 때, 불능　　④ $a=0$ 일 때, 부정

⑤ 해는 없다.

해설

$(a-2)(x-a)=0$

$\Rightarrow \quad a=2$ 또는 $x=a$

ⅰ) $a=2$ 일 때 : 부정

ⅱ) $a\neq 2$ 일 때 : $x=a$

12. 방정식 $|x-3|+|x-4|=2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

i) $x<3$ 일 때,
$-(x-3)-(x-4)=3,\ -2x=-5$
$\therefore\ x=\dfrac{5}{2}$
ii) $3\le x<4$ 일 때
$(x-3)-(x-4)=2,\ 0\cdot x=1$
$\therefore$ 해가 없다.
iii) $x\ge 4$ 일 때
$x-3+x-4=2,\ 2x=9$
$\therefore\ x=\dfrac{9}{2}$
따라서 $x=\dfrac{5}{2},\ \dfrac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

13. 실수 a, b에 대하여 연산$*$를 $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x * (x-6) = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha + 2\beta$의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x * (x-6) = 0$ 에서
$x^2 + x - 6 = 0$
$(x+3)(x-2) = 0$
$\therefore\ x = -3,\ 2$
$\therefore\ \alpha = -3,\ \beta = 2\ (\alpha < \beta)$
$\therefore \alpha + 2\beta = 1$

14. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$의 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

ⅰ) $x \geq 0$일 때
$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$
$x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$이므로 $x = 3$
ⅱ) $x < 0$일 때
$x^2 + 2x - 3 = 0$, $(x-1)(x+3) = 0$
$x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$이므로 $x = -3$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

15. 이차방정식 $x^2 - ax + 12 = 0$의 두 근이 3, b일 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

$x = 3$이 $x^2 - ax + 12 = 0$의 근이므로
$9 - 3a + 12 = 0 \quad \therefore a = 7$
이 때 $x^2 - 7x + 12 = 0$에서 $(x-3)(x-4) = 0$
그러므로 $x = 3$또는 $x = 4$
$\therefore b = 4 \quad \therefore ab = 28$

16. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대한 설명으로 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는? (단, $a,\ b,\ c,\ p,\ q$ 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

보기

㉠ 판별식은 b^2-4ac 이다.

㉡ 두 근의 합은 $\frac{b}{a}$ 이다.

㉢ $a<0,\ c<0$ 이면 허근만 갖는다.

㉣ $a>0,\ c<0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다.

㉥ 한 근이 $p+qi$ 이면 다른 한 근은 $q-pi$이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ 실계수 방정식에서만 판별식을 사용할 수 있다. 현재 a,b,c 가 실수이므로 판별식 사용 가능(참)

㉡ 두근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이다. (거짓)

㉢ b^2-4ac 에서 $ac>0$ 이다.
하지만 $b^2<4ac$ 인 경우만 허근을 가짐(거짓)

㉣ 판별식 b^2-4ac 에서 $ac<0$ 이므로 $b^2-4ac>0$ (참)

㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다. (참)

㉥ 실계수 방정식에서 한 근이 $p+qi$ 이면 $p-qi$ 가 또 다른 한 근이다.(거짓)

17. x에 관한 이차방정식 $x^2-4x-a+b=0$이 중근을 가질 때 $x^2-2(a-1)x+a^2+3b=5a-4$의 근을 판별하면?

① 중근　② 한 실근과 한 허근

③ 서로 다른 두 실근　④ 서로 같은 두 실근

⑤ 서로 다른 두 허근

해설

이차방정식 $x^2-4x-a+b=0$이 중근을 가지려면

$D'=4+a-b=0$

$\therefore b=a+4$

$x^2-2(a-1)x+a^2+3b=5a-4$

$x^2-2(a-1)x+a^2-2a+16=0$

$D'=(a-1)^2-(a^2-2a+16)=-15<0$

$\therefore$ 주어진 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

18. x에 관한 이차방정식 $x^2-2(k-a)x+k^2+a^2-b+1=0$이 k의 값에 관계없이 중근을 갖도록 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=0,\ b=1$ ② $a=0,\ b=-1$ ③ $a=-1,\ b=0$

④ $a=-1,\ b=1$ ⑤ $a=-1,\ b=2$

해설

$\frac{D}{4}=(k-a)^2-(k^2+a^2-b+1)=0$에서

$k^2-2ak+a^2-k^2-a^2+b-1=0$

$\therefore\ -2ak+b-1=0$

이것이 k값에 관계없이 항상 성립하기 위해서는

$-2a=0,\ b-1=0$

$\therefore\ a=0,\ b=1$

19. 이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 의 한 근이 $b+\sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b+\sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b-\sqrt{2}i$ 이다.
근과 계수와의 관계를 이용하면
$2b=-4,\ b^2+2=a$
$\therefore\ \ a=6,\ b=-2,\ ab=-12$

20. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프와 x축이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k의 값 또는 k의 값의 범위를 구하면?

① $k < -4$ 또는 $k > 4$
② $k < -2$ 또는 $k > 2$
③ $k < -1$ 또는 $k > 1$
④ $k < -\frac{2}{3}$ 또는 $k > \frac{2}{3}$
⑤ $k < -\frac{1}{4}$ 또는 $k > \frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 에서 $D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = k^2 - 16$
$D = K^2 - 16 > 0$ 이어야 하므로 $(k+4)(k-4) > 0$
$\therefore k < -4$ 또는 $k > 4$

21. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -2,\ k > 2$ ② $k < -4,\ k > 4$ ③ $k < -1,\ k > 1$

④ $k < 0,\ k > 4$ ⑤ $k < 0,\ k > 2$

해설

판별식 D 가 $D > 0$ 이어야 하므로

$D = k^2 - 4 \cdot 4 > 0$

$(k-4)(k+4) > 0$

$\therefore\ k < -4,\ k > 4$

22. 다음과 같은 포물선과 직선이 있다.

$y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1$
$y = x + 1$

포물선이 직선보다 항상 위쪽에 존재하도록 m의 범위를 정하여라.

① $m < -2,\ \ m > \frac{2}{3}$ ② $m < -1,\ \ m > \frac{2}{3}$
③ $m < -2,\ \ m > 2$ ④ $m < 2,\ \ m > \frac{2}{3}$
⑤ $m < -5,\ \ m > \frac{2}{3}$

해설

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$을 항상 만족시키도록 m을 정하면 된다.
$x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$에서 판별식
$D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0,$
$(m - 2 + 2m)(m - 2 - 2m) < 0$
$(3m-2)(m+2) > 0$
$\therefore\ \ m < -2\ ,\ m > \frac{2}{3}$

23. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$의 그래프가 a의 값에 관계없이 직선 $y = mx + n$과 접할 때, 상수 m, n의 합 $m + n$의 값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$의 그래프가
직선 $y = mx + n$과 접하므로
$x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1 = mx + n$
즉, $x^2 - (2a + m)x + a^2 + 2a - n - 1 = 0$
$\therefore 4am + m^2 - 8a + 4n + 4 = 0$
이 식이 a의 값에 관계없이 성립하므로
$(4m - 8)a + (m^2 + 4n + 4) = 0$
$4m - 8 = 0,\ m^2 + 4n + 4 = 0$에서
두 식을 연립하여 풀면 $m = 2, n = -2$
$\therefore m + n = 0$

24. 자연수 n에 대하여 $1+\frac{1}{i}+\left(\frac{1}{i}\right)^3+\left(\frac{1}{i}\right)^5+\cdots+\left(\frac{1}{i}\right)^{2n-1}$의 값을 모두 구하여라. (단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $1-i$

▷ 정답: 1

해설

$\frac{1}{i}=-i,\ \left(\frac{1}{i}\right)^3=i$

i) $n=2k$일 때,

$1+\frac{1}{i}+\left(\frac{1}{i}\right)^3+\left(\frac{1}{i}\right)^5+\cdots+\left(\frac{1}{i}\right)^{2n-1}$

$=1-i+i-i+\cdots+i=1$

ii) $n=2k-1$일 때

$1+\frac{1}{i}+\left(\frac{1}{i}\right)^3+\left(\frac{1}{i}\right)^5+\cdots+\left(\frac{1}{i}\right)^{2n-1}$

$=1-i+i-i+\cdots-i$

$=1-i$

25. $w = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}$ 일 때, $(w+2w^2)^2+(2w+w^2)^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$w = \frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

$\therefore\ w^2+w+1=0,\quad w^3=1$

$\therefore\ (w+2w^2)^2+(2w+w^2)^2$

$=(w-2w-2)^2+(2w-w-1)^2$

$=(-w-2)^2+(w-1)^2$

$=w^2+4w+4+w^2-2w+1$

$=2w^2+2w+5$

$=2(w^2+w+1)+3$

$=3$

26. 방정식 $x^2+x+2=0$의 한 허근을 ω라 할 때, $f(x)=ax^2+bx+12(a\neq 0)$에 대하여 $f(\omega)=3\omega$를 만족한다. 이 때, 실수 a, b의 합은?

① 12 ② −12 ③ 15 ④ −15 ⑤ 18

해설

$x^2+x+2=0$의 한 허근이 ω이므로

$\omega^2+\omega+2=0 \quad \therefore\ \omega^2=-\omega-2$

$f(\omega)=a\omega^2+b\omega+12=a(-\omega-2)+b\omega+12$

$\qquad =(b-a)\omega+(12-2a)$

$f(\omega)=3\omega$이므로

$(b-a)\omega+(12-2a)=3\omega$

$b-a=3,\ 12-2a=0\ (\because\ \omega$는 허수$)$

$\therefore\ a=6,\ b=9$

27. 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}$의 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

α, β는 $x^2-4x+1=0$의 두 근이므로

$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=1$

$x=\alpha$, β를 각각 대입하면

$\alpha^2-4\alpha+1=0$, $\alpha^2+1=4\alpha$

$\beta^2-4\beta+1=0$, $\beta^2+1=4\beta$

$\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}=\sqrt{4\alpha}+\sqrt{4\beta}$

$=2(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})$

$(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}=6$

$\therefore\ \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{6}$ ($\because\ \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}>0$)

$\therefore\ \sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}=2\sqrt{6}$

28. x에 대한 이차방정식 $3x^2-(2k+5)x+3=0$의 두 근 중 한 근을 α라 할 때, $\alpha+\dfrac{1}{\alpha}=k^2$이 성립한다. 이때, 양수 k의 값을 구하면?

① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 3

해설

두 근의 곱이 1이므로 한 근이 α이면
다른 한 근은 $\dfrac{1}{\alpha}$이다.

$\therefore \quad \alpha+\dfrac{1}{\alpha}=k^2=\dfrac{2k+5}{3}$

$\therefore \quad 3k^2-2k-5=0$

$k=\dfrac{5}{3}$ 또는 -1

$\therefore$ 양수 $k=\dfrac{5}{3}$

29. 이차방정식 $f(x)=ax^2+bx+c=0$의 한 근을 $\dfrac{1}{(1+i)^2}$이라 할 때, $f(2x+3)=0$의 두 근의 합은? (단, a,b,c는 실수)

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\dfrac{1}{(1+i)^2}=\dfrac{1}{1+2i-1}=\dfrac{1}{2i}=-\dfrac{1}{2}i$

$f(x)=ax^2+bx+c=0$의 한 근이 $-\dfrac{1}{2}i$이면

a,b,c가 실수이므로 다른 한 근은 $\dfrac{1}{2}i$

$\therefore$ $f(x)=0$의 두 근의 합은 0

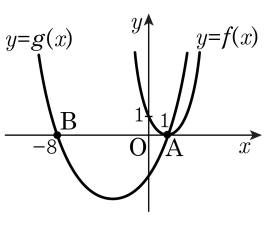
$f(2x+3)=0$의 두 근을 α,β라 하자.

$(2\alpha+3)+(2\beta+3)=0$

$2(\alpha+\beta)=-6$

$\therefore$ $\alpha+\beta=-3$

30. 다음 그림과 같이 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x축과 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$에서 접하고, 이차함수 $y=g(x)$의 그래프는 x축과 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(-8,\ 0)$에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x)+2g(x)=0$의 근은?

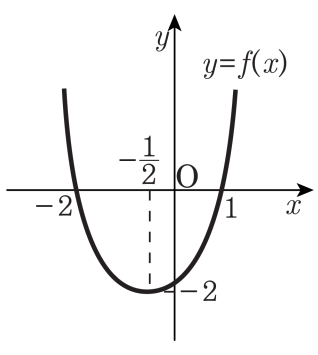


① $x=1$
② $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$
③ $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=3$
④ $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$
⑤ $x=-5$ 또는 $x=1$

해설

$f(x)=(x-1)^2$, $g(x)=(x+8)(x-1)$이므로
$f(x)+2g(x)=(x-1)^2+2(x+8)(x-1)=3x^2+12x-15$
따라서, 방정식 $f(x)+2g(x)=0$,
즉 $3x^2+12x-15=0$ 의 근은 $3(x+5)(x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

31. 다음 그림은 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 방정식 $f(f(x)) = 0$ 의 서로 다른 세 실근의 합은?



① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1 이므로
$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = -2$ 또는 $f(x) = 1$

i) $f(x) = -2$ 에서 $x = -\frac{1}{2}$

ii) $f(x) = 1$ 에서 $x = -\frac{1}{2} + \alpha$, $x = -\frac{1}{2} - \alpha$

따라서 모든 근의 합은

$$-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2} + \alpha\right) + \left(-\frac{1}{2} - \alpha\right) = -\frac{3}{2}$$

32. x에 대한 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$의 그래프가 실수 k의 값에 관계없이 직선 $y = 2ax - a^2$에 접할 때, 상수 a의 값을 구하여라.

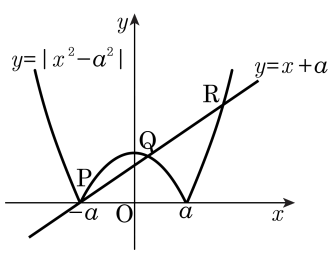
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$ 의 그래프가 직선 $y = 2ax - a^2$에 접하므로
이차방정식 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k = 2ax - a^2$
즉, $x^2 - 2(k+a)x + k^2 + a^2 - 4k = 0$ 의 판별식을 D라고 하면
$\frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + a^2 - 4k) = 2ak + 4k = (2a+4)k$ 이고
k 의 값에 관계없이 $D = 0$ 이어야 하므로
$2a + 4 = 0$
$\therefore a = -2$

33. 다음 그림과 같이 함수 $y = |x^2 - a^2|$ 의 그래프와 직선 $y = x + a$가 세 점, P, Q, R에서 만난다. $\overline{PQ} \cdot \overline{QR} = 12$ 일 때, 양수 a의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

점 Q는 $y = -x^2 + a^2$ 의 그래프와
직선 $y = x + a$의 교점이므로
$-x^2 + a^2 = x + a$에서
$x^2 + x - a^2 + a = 0$
$(x + a)(x - a + 1) = 0$
$\therefore x = -a$ 또는 $x = a - 1$
$\therefore$ Q$(a - 1,\ 2a - 1)$
점 R는 $y = x^2 - a^2$ 의 그래프와
직선 $y = x + a$의 교점이므로
$x^2 - a^2 = x + a$에서
$x^2 - x - a^2 - a = 0$
$(x + a)(x - a - 1) = 0$
$\therefore x = -a$ 또는 $x = a + 1$
$\therefore$ R$(a + 1,\ 2a + 1)$
점 P의 좌표는 $(-a,\ 0)$이므로

$\overline{PQ} = \sqrt{(2a - 1)^2 + (2a - 1)^2} = \sqrt{2}\,|2a - 1|$

$\overline{QR} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$
$\overline{PQ} \cdot \overline{QR} = 12$이므로
$\sqrt{2}\,|2a - 1| \cdot 2\sqrt{2} = 12,\ \ |2a - 1| = 3$
$\therefore 2a - 1 = 3$ 또는 $2a - 1 = -3$
$\therefore a = 2$ 또는 $a = -1$
그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 2$