

1. 다항식  $x^3 - 2$ 를  $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③  $-2x - 2$

④  $2x + 2$

⑤  $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은  $x$ , 나머지는  $2x - 2$

2.  $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

①  $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

②  $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③  $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤  $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

3.  $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$  가  $x \neq 1$  인 모두 실수  $x$ 에 대해 항상 성립 하도록  $a, b, c$ 를 구할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① 2                      ② -2                      ③ 1                      ④ -1                      ⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면  $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

4.  $x^3$ 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식  $P(x)$ 가  $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때,  $P(4)$ 의 값은?

① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

5.  $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

①  $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

②  $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④  $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤  $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

6. 등식  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$  일 때,  $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

|    |   |    |    |    |
|----|---|----|----|----|
| 1  | 1 | 4  | 1  | -6 |
|    |   | 1  | 5  | 6  |
| -2 | 1 | 5  | 6  | 0  |
|    |   | -2 | -6 |    |
| -3 | 1 | 3  | 0  |    |
|    |   | -3 |    |    |
|    | 1 | 0  |    |    |

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$   
 $\therefore a + b + c = 4$

7. 등식  $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수  $a+b$ 의 값을 구하시오  
(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 식의 양변에  $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면

$$a(1-i) + b(1+i) = -10, (a+b) + (b-a)i = -10$$

$$\therefore a+b = -10, b-a = 0$$

8.  $z = 1 - i$  일 때,  $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$  의 값은?

①  $-i$

②  $i$

③  $-2i$

④  $2i$

⑤  $1$

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1-i} - \frac{-i}{1+i} = \frac{2i}{2} = i$$

9. 이차방정식  $x^2 + 2x + 3 = 0$  의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐  $(x + a)^2 = b$  를 얻었다. 이때, 상수  $a, b$  에 대하여  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$  를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x + 1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

10. 이차방정식  $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계를 이용하면,

$$\alpha + \beta = -3 \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \\ &= -3 + 2 = -1 \end{aligned}$$

11. 이차함수  $y = ax^2 + bx - 3$  은  $x = 2$  일 때 최댓값 5를 가진다. 이때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x - 2)^2 + 5 \\ = ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

두 식을 연립하여 풀면  $a = -2, b = 8$

$$\therefore a + b = 6$$

12. 사차방정식  $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 모든 해의 총합은?

①  $-2\sqrt{2}i$

②  $\sqrt{2}i$

③  $-2$

④  $-1$

⑤  $1$

해설

(준식)  $= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 2x + 3) = 0$

실근의 합은  $1 + (-1) = 0$

허근의 합은  $-2$

모든 근의 합은  $-2$

13.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켤레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

14. 다음 연립방정식을 만족하는  $(x, y, z)$ 가 바르게 짝지어진 것은?

$3x - y = y + z = 3x - z = 1$

- ①  $(1, 1, 1)$

②  $(-1, 1, 2)$

③  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- ④  $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$

⑤  $\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

해설

$3x - y = 1, y + z = 1, 3x - z = 1$   
변변끼리 모두 더하면,  $6x = 3, x = \frac{1}{2}$   
각각 대입하면,  $y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$   
 $\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

15. 방정식  $|x-3|+|x-4|=2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i )  $x < 3$  일 때,  
 $-(x-3)-(x-4)=3, -2x=-5$   
 $\therefore x=\frac{5}{2}$   
ii )  $3 \leq x < 4$  일 때  
 $(x-3)-(x-4)=2, 0 \cdot x=1$   
 $\therefore$  해가 없다.  
iii )  $x \geq 4$  일 때  
 $x-3+x-4=2, 2x=9$   
 $\therefore x=\frac{9}{2}$   
따라서  $x=\frac{5}{2}, \frac{9}{2}$  이고 그 합은 7

16.  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다.  $0 \leq x < 2$ 일 때,  $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를  $\alpha$ 라 하면  $2\alpha$ 의 값은?

①  $\sqrt{2} - 1$

②  $\sqrt{2} + 1$

③  $\sqrt{3} + 2$

④  $\sqrt{3} - 1$

⑤  $\sqrt{3} - 2$

해설

( i )  $0 \leq x < 1$ 일 때,  $[x] = 0$ 이므로

$$-4x - 1 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{4} \text{ (부적합)}$$

( ii )  $1 \leq x < 2$ 일 때,  $[x] = 1$ 이므로

$$4x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$1 \leq x < 2 \text{ 이므로 } x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$$

$$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$$

17. 이차방정식  $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이  $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로  
 $x = 1$ 을 대입하면  $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$   
주어진 방정식은  $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$   
따라서 다른 한 근은  $x = -1$

18. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 가  $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]의  $x$ 에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $ax^2 - bx + 1 = 0$
- ㉡  $x^2 - ax - b = 0$
- ㉢  $x^2 + 2(a + b)x + (a^2 + b^2) = 0$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로  $a < 0, b < 0$   
㉠  $ax^2 - bx + 1 = 0$ 에서  
 $D = b^2 - 4a > 0$   
㉡  $x^2 - ax - b = 0$ 에서  
 $D = a^2 + 4b$ 는 음수, 양수를 판별할 수 없다.  
㉢  $x^2 + 2(a + b)x + (a^2 + b^2) = 0$ 에서  
 $\frac{D}{4} = (a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$

19. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서  $b$ 를 잘못 보아 두 근  $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고,  $c$ 를 잘못 보아  $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

( i )  $b$ 를 잘못 본 경우  
 $a$ 와  $c$ 는 옳으므로 두 근의 곱은  
 $\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$   
( ii )  $c$ 를 잘못 본 경우  
 $a$ 와  $b$ 는 옳으므로 두 근의 합은  
 $-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$   
( i ), ( ii )에서 주어진 방정식은  
 $ax^2 - 3ax + 2a = 0$   
 $a \neq 0$ 이므로  $x^2 - 3x + 2 = 0$   
 $(x - 1)(x - 2) = 0$   
 $\therefore x = 1$  또는  $x = 2$   
따라서 근의 합은 3이다.

20.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - kx - 2k = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자.  $\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}$  (단,  $\alpha > 0$ )일 때, 유리수  $k$ 의 값은?

①  $-12$

②  $-2$

③  $0$

④  $2$

⑤  $12$

해설

$x^2 - kx - 2k = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$

$\alpha + \beta = k, \alpha\beta = -2k$

$\alpha^2 = 6 + 2\sqrt{5}, \alpha = \sqrt{5} + 1$

한 근이  $1 + \sqrt{5}$ 이면  $\beta$ 는  $1 - \sqrt{5}$

$\therefore \alpha + \beta = 2 = k$

21. 이차방정식  $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 크다. 이 때, 실수  $a$ 의 값의 범위를 정하면?

- ①  $2 \leq a < \frac{5}{2}$
- ②  $2 \leq a \leq \frac{5}{2}$
- ③  $2 < a < \frac{5}{2}$
- ④  $2 \leq a < 3$
- ⑤  $2 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 라고 하면

( i )  $f(1) > 0 \Rightarrow a < \frac{5}{2}$

( ii ) 두근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - 4 \geq 0$$

$a \leq -2$  또는  $a \geq 2$

(iii) 그래프의 축이  $x = 1$ 의 오른쪽에 있어야하므로

$a > 1$

( i ), ( ii ), (iii)에 의해  $2 \leq a < \frac{5}{2}$

22. 포물선  $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$  과  $x$  축과의 두 교점 사이의 거리가  $2\sqrt{5}$  일 때, 모든  $k$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

포물선  $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$  과  $x$  축과의 교점의  $x$  좌표는 이차방정식  $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$  의 두 근이므로 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하면 이차방정식의 두 근과 계수의 관계에 의하여  $\alpha + \beta = 2k, \alpha\beta = 2k + 3$   
 $|\alpha - \beta| = 2\sqrt{5}$ 에서  $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로  
 $20 = (2k)^2 - 4(2k + 3), 4k^2 - 8k - 12 = 20$

$k^2 - 2k - 8 = 0$   
따라서, 근과 계수의 관계에 의하여 모든  $k$  의 값의 합은 2이다.

23.  $a-1 \leq x \leq a+4$  에서 이차함수  $y = x^2 - 2ax + 4$  의 최댓값이 4 일 때, 양수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$f(x) = x^2 - 2ax + 4 = (x-a)^2 - a^2 + 4$$

이때, 꼭짓점의  $x$  좌표  $a$  가  $x$  의 값의 범위에 속하므로

$x = a$  일 때 최솟값,  $x = a+4$  일 때 최댓값을 갖는다.

$$\text{즉, } f(a+4) = (a+4)^2 - 2a(a+4) + 4 = 4$$

$$a^2 + 8a + 16 - 2a^2 - 8a + 4 = 4$$

$$a^2 = 16$$

$$\therefore a = 4 \quad (a > 0)$$

24.  $0 \leq x \leq 3$  에서 함수  $f(x) = x^2 - ax$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M + m$  의 최댓값은? (단,  $0 \leq a \leq 2$ )

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$f(x) = x^2 - ax = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} \quad (0 \leq x \leq 3)$$

$0 \leq \frac{a}{2} \leq 1$  이므로

$$\text{최솟값 } m = f\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4},$$

$$\text{최댓값 } M = f(3) = 9 - 3a$$

$$\therefore M + m = 9 - 3a - \frac{1}{4}a^2 = -\frac{1}{4}(a + 6)^2 + 18$$

이때,  $0 \leq a \leq 2$  이므로

$M + m$  은  $a = 0$  일 때 최댓값 9 를 갖는다.

25.  $x + 3y = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq -2$  일 때  $x^2 + y^2$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M + \frac{1}{m}$  의 값은?

- ① 53
- ② 58
- ③ 63
- ④ 68
- ⑤ 72

해설

$x + 3y = 1$ 로부터  $x = 1 - 3y \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
그런데  $x \geq 0$  이므로  
 $x = 1 - 3y \geq 0 \therefore y \leq \frac{1}{3} \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
또  $y \geq -2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$   
 $\textcircled{㉡}$ ,  $\textcircled{㉢}$ 에서  $-2 \leq y \leq \frac{1}{3}$   
 $x^2 + y^2 = k$  라 하고 이 식에  $\textcircled{㉠}$ 을 대입하면  
 $(1 - 3y)^2 + y^2 = 1 - 6y + 9y^2 + y^2 \therefore 10\left(y^2 - \frac{6}{10}y\right) + 1 = k$   
 $\qquad \qquad \qquad = 10y^2 - 6y + 1 = k$   
 $\rightarrow 10\left(y - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{10} + 1 = k$   
 $\rightarrow 10\left(y - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{1}{10} = k$   
$$\begin{cases} \therefore y = \frac{3}{10} \text{ 일 때 } k = \frac{1}{10} : \text{ 최솟값 } m \\ y = -2 \text{ 일 때 } k = 53 : \text{ 최댓값 } M \\ y = \frac{1}{3} \text{ 일 때 } k = \frac{1}{9} \end{cases}$$
  
 $\therefore M + \frac{1}{m} = 53 + 10 = 63$