

1. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

2. $x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3} \text{ 이므로}$$

$$3x = 1 + \sqrt{2}i$$

$$3x - 1 = \sqrt{2}i$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 9x^2 - 6x + 1 = -2$$

$$\therefore 9x^2 - 6x = -3$$

$$9x^2 - 6x + 5 \text{ 에서 } 9x^2 - 6x \text{ 가 } -3 \text{ 이므로 } -3 + 5 = 2$$

3. 등식 $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$

② $-3+9i$

③ $3-9i$

④ $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤ $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$
 $(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3) = 0$
 $(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a-3b+3 = 0, 3a+b = 0$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$
 $\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

4. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

5. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
 $\therefore$ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
 $\therefore$ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
 $\therefore$ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
 $\therefore$ 옳다.

6. 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최대값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$ 최댓값은 3 ($\because k$ 는 정수)

7. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① ± 1 ② $\pm \sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면

판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, \quad a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

8. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, $xf(x)-3$ 을 $x+1$ 로 나눈 몫과 나머지는?

① $xQ(x), -R-3$

② $xQ(x), -R+3$

③ $xQ(x), -R-6$

④ $xQ(x)+R, -R-3$

⑤ $xQ(x)+R, -R+3$

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R$$

$$\therefore xf(x) = x(x+1)Q(x) + xR$$

$$\therefore xf(x) - 3 = x(x+1)Q(x) + xR - 3$$

$$= (x+1) \{xQ(x)\} + (x+1)R - R - 3$$

$$= (x+1) \{xQ(x) + R\} - R - 3$$

10. $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2)$$

$$= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5$$

$$= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8$$

$$\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18$$

11. $x + y - 1 = 0$ 일 때, 다음 중 $2x^2 + y^2 - xy - 8$ 의 인수인 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $4x + 5$

⑤ $4x + 7$

해설

$$\begin{aligned} x + y - 1 = 0 \text{ 에서 } y &= -x + 1 \\ \therefore 2x^2 + y^2 - xy - 8 \\ &= 2x^2 + (-x + 1)^2 - x(-x + 1) - 8 \\ &= 4x^2 - 3x - 7 \\ &= (4x - 7)(x + 1) \end{aligned}$$

12. 복소수 $(1+2i)x - (2+i)y + i$ 를 제곱하였더니 -9 가 되었다. 이 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 x, y 는 실수이다.)

- ① 2 또는 -4 ② 2 또는 -3 ③ -1 또는 3
④ -1 또는 -3 ⑤ -1 또는 -2

해설

$$z = (x - 2y) + (2x - y + 1)i$$

$$z^2 = -9$$

즉, z 는 순허수이다.

$$\therefore x - 2y = 0, (2x - y + 1)^2 = 9$$

$x = 2y$ 와 $2x - y + 1 = \pm 3$ 을 연립하여 풀면

$$y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$\therefore x + y = 2$ 또는 -4 이다.

13. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은 ?

① $\pm 6\sqrt{5}$

② $\pm 5\sqrt{5}$

③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{5}$

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) \text{에서}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3 \text{에서}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \pm 5\sqrt{5} - 3(\pm \sqrt{5}) = \pm 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 3(\pm 2\sqrt{5}) - (\pm \sqrt{5}) = \pm 5\sqrt{5}$$

14. 두 다항식 $Q(x)$ 와 $R(x)$ 에 대하여 $x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) + R(x)$ 가 성립할 때, $Q(1)$ 의 값은? (단 $R(x)$ 의 차수는 이차 이하이다.)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

해설

$R(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 는 실수)라 하면

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $-2 = c$

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx - 2 \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $x = i$ 을 대입하면

$$-i - 2 = -a + bi - 2$$

$$a = 0, b = -1 \text{ 이므로 } R(x) = -x - 2$$

$$\therefore x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) - x - 2$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-1 = 2Q(1) - 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore Q(1) = 1$$

15. a, b, c 가 $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?
- ① 직삼각형
 - ② 이등변삼각형
 - ③ 직각삼각형
 - ④ 직각이등변삼각형
 - ⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 &= 0 \\ a^2(a + b) - b^2(a + b) - c(a^2 - b^2) &= 0 \\ (a + b)(a^2 - ac + bc - b^2) &= 0 \\ (a + b)\{((a - b)(a + b) - c(a - b))\} &= 0 \\ (a + b)(a - b)(a + b - c) &= 0 \\ a + b > 0, a + b - c > 0 \text{ 이므로 } a &= b \\ \therefore a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

16. $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

17. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} i^2 &= -1, \quad i^3 = i^2 \times i = -i, \quad i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1, \\ i^5 &= i^4 \times i = i \\ i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 &= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i \end{aligned}$$

18. 이차방정식 $2x^2+x-5=0$ 을 만족하는 양수 x 에 대하여 $(4x-\sqrt{41})^2+(2x-1)(x+1)$ 의 값은?

① 4 ② 2 ③ -1 ④ 5 ⑤ -5

해설

근의 공식을 이용하여 x 를 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$4x - \sqrt{41} = -1, \quad 2x^2 + x = 5$$

$$(\text{준식}) = (-1)^2 + (2x^2 + x - 1) = 1 + (5 - 1) = 5$$

19. $x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값을 구하면 ?

- ㉠ $\frac{2}{9}$ ㉡ $\frac{1}{3}$ ㉢ $\frac{4}{9}$ ㉣ $\frac{5}{9}$ ㉤ $\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2 \\ &= x^2 + (y+1)x + ay^2 + y - 2 \text{가} \\ & x, y \text{의 두 일차식의 곱으로 나타내어지려면} \\ & D = (y+1)^2 - 4(ay^2 + y - 2) \\ &= y^2 + 2y + 1 - 4ay^2 - 4y + 8 \\ &= (1-4a)y^2 - 2y + 9 \text{에서} \\ & \frac{D}{4} = 1 - 9(1-4a) = 0 \\ & \therefore 1 - 9 + 36a = 0 \\ & \therefore a = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (a-2)x + a^2 + a + 2 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 한다. 이 때, $(\alpha+1)(\beta+1)$ 의 최댓값을 구하면?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

α, β 는 실수이므로

$$D = (a-2)^2 - 4(a^2 + a + 2) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq -\frac{2}{3}$$

$$\alpha + \beta = a - 2, \alpha\beta = a^2 + a + 2$$

$$\begin{aligned}(\alpha+1)(\beta+1) &= \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 \\ &= a^2 + a + 2 + a - 2 + 1 \\ &= (a+1)^2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2 \text{ 일 때 최댓값 } (-2+1)^2 = 1$$

21. $x + y + z = 3$, $xy + yz + zx = -1$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\ &= 9 + 2 = 11 \end{aligned}$$

22. x 에 대한 다항식 $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5 = 32$

23. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

24. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x), R$

② $3Q(x), R$

③ $Q(x), 3R$

④ $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right)Q(x) + R \\ &= 3\left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3}Q(x) + R \\ &= (3x - 2)\frac{1}{3}Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: R

25. $-a^2(b-c)-b^2(c-a)-c^2(a-b)$ 을 인수분해했을 때, 각 인수들의
합이 될 수 없는 것은?

- ① $a+b$
- ② $2a-2b$
- ③ $2b-2a$
- ④ $2b-2c$
- ⑤ 0

해설

a 에 대한 내림차순으로 정리한다.
 $-a^2(b-c)-b^2(c-a)-c^2(a-b)$
 $= (c-b)a^2 - (c^2-b^2)a + bc^2 - b^2c$
 $= (c-b)a^2 - (c-b)(c+b)a + bc(c-b)$
 $= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\}$
 $= (c-b)(a-b)(a-c) \cdots \textcircled{\small ㉠}$
 $= (a-b)(b-c)(c-a) \cdots \textcircled{\small ㉡}$
 $= (b-c)(b-a)(a-c) \cdots \textcircled{\small ㉢}$
 $= (c-a)(b-c)(b-a) \cdots \textcircled{\small ㉣}$
㉠식 : 세항을 모두 더하면 $2a-2b$
㉡식 : 세항을 모두 더하면 0
㉢식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2c$
㉣식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2a$