

1. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{8}$ 을 바르게 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a^2 + b^2$

③ $\sqrt{a + b}$

④ \sqrt{ab}

⑤ $\sqrt{a^2 + b^2}$

해설

$$\sqrt{3} = a, \sqrt{5} = b \text{ 이므로 } 3 = a^2, 5 = b^2$$

$$\therefore \sqrt{8} = \sqrt{3+5} = \sqrt{a^2+b^2}$$

2. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$

㉡ $-\sqrt{a^2} = a$

㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$

㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ $-\sqrt{a^2} = -a$

3. 유리수 a 에 대하여 $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정할 때, a 의 값을 모두 구하면?

- ① 1, 2 ② 2, 3 ③ 3, 4 ④ 3, 5 ⑤ 4, 5

해설

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$ 이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$ 이고, 이차방정식 $a^2-5a+6=0$ 을 인수분해하면

$(a-3)(a-2)=0$ 이므로 $a=3$ 또는 $a=2$ 이다.

4. 길이가 24 인 끈을 잘라서 넓이의 비가 3: 1 인 두 개의 정사각형을 만들려고 한다. 작은 사각형의 한 변의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{3} + 3$

② $3\sqrt{3} - 3$

③ $3\sqrt{3} + 3$

④ $4 - 4\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3} - 2$

해설

작은 정사각형 한 변의 길이 : a

큰 정사각형 한 변의 길이 : b

$$4(a + b) = 24 \Rightarrow a + b = 6$$

$$b = \sqrt{3}a \Rightarrow a + \sqrt{3}a = 6$$

$$(1 + \sqrt{3})a = 6$$

$$\therefore a = \frac{6}{1 + \sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{3} - 1)}{2} = 3\sqrt{3} - 3$$

5. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 있는 것은?

수	0	1	2	3
40	6.325	6.332	6.340	6.348
41	6.403	6.411	6.419	6.427
42	6.481	6.488	6.496	6.504
43	6.557	6.565	6.573	6.580

- ① 6.431 ② 6.287 ③ 6.573 ④ 6.590 ⑤ 6.661

해설

③ 을 제외한 나머지는 제곱근표에 없다.

6. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ \sqrt{x}

㉣ $-\frac{1}{x}$

㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

7. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 8 < \sqrt{24x} < 9 \\ 64 < 24x < 81 \\ \frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8} \\ \therefore x = 3 \end{aligned}$$

8. 다음 중 옳은 것은?

- ① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.
- ② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.
- ③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.
- ⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

- ① 유리수 9의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
 - ② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}, \sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 - ⑤ 0의 제곱근은 1개, -1의 제곱근은 0개이므로 옳지 않다.
- 따라서 옳은 것을 고르면 ③이다.

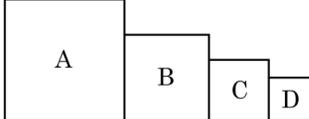
9. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ \sqrt{a} 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 \sqrt{a} 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

10. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4} \text{ cm}$ ② $\frac{1}{2} \text{ cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$

해설

(B의 넓이) = $\frac{1}{2} \times$ (A의 넓이)
 (C의 넓이) = $\frac{1}{2} \times$ (B의 넓이) = $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times$ (A의 넓이)
 (D의 넓이) = $\frac{1}{2} \times$ (C의 넓이)
 = $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times$ (A의 넓이)
 A 의 넓이가 4 cm^2 이므로
 (D의 넓이) = $\frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$
 따라서 (D의 넓이) = (한 변의 길이) $^2 = \frac{1}{2} (\text{cm}^2)$ 이므로
 (한 변의 길이) = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm})$ 이다.

11. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

- ① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

12. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b\end{aligned}$$

13. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$$3 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$9 \leq x < 16$$

$$\therefore x = 9, 10, \dots, 15 \text{ (7 개)}$$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

15. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

- ① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$$\begin{aligned} &\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15} \\ &7 < 2a+3b < 15 \\ &b=1 \text{ 일 때, } a=3,4,5 \\ &b=2 \text{ 일 때, } a=1,2,3,4 \\ &b=3 \text{ 일 때, } a=1,2 \\ &b=4 \text{ 일 때, } a=1 \\ &\therefore 10\text{개} \end{aligned}$$

16. $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{5} + 1$, $C = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, 가장 작은 수는?

① A

② B

③ C

④ $A = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$$

$$\therefore A > B$$

$$A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$$

$$\therefore A < C$$

따라서 $B < A < C$ 이다.

17. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3}$ 일 때, $\frac{x-y}{\sqrt{2}} + \frac{x+y}{\sqrt{3}}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{3}$

해설

$$x+y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$x-y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

18. $4 + \sqrt{3}$ 의 소수 부분이 a , 정수 부분이 b 일 때, $ab - \frac{2}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{3} - 6$

해설

$4 + \sqrt{3} = 5. \times \times \circ$ 이므로

$a = \sqrt{3} - 1, b = 5$

$$\frac{2}{a} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}+1$$

$$\begin{aligned} \therefore ab - \frac{2}{a} &= 5(\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}+1) \\ &= 5\sqrt{3} - 5 - \sqrt{3} - 1 \\ &= 4\sqrt{3} - 6 \end{aligned}$$

19. 자연수 a, b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a = 49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b = 29$ 이다.

따라서 $10a+b = 490+29 = 519$ 이다.

20. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$

21. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$$

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - (\sqrt{2}+1)}} \\ &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) \\ &= 1 \end{aligned}$$